

A rustic wooden sign with the word 'WELCOME' in a bold, black, serif font. The sign is white with a hole on the left side, through which a bunch of purple flowers is attached. The flowers are vibrant purple and appear to be a type of bell-shaped flower, possibly a grape hyacinth. The sign is placed on a wooden surface with a vertical grain. The overall aesthetic is warm and inviting.

WELCOME

**WELCOME TO
SIRAJGANJ POLYTECHNIC INSTITUTE**



MD. ZAKARIA HOSSAIN
JUNIOR INSTRUCTOR IN MATHEMATICS(PART TIME)
SIRAJGANJ POLYTECHNIC INSTITUTE

ছাত্র-ছাত্রী পরিচিতি

ডিপ্লোমা ইন ইঞ্জিনিয়ারিং
পর্ব: তৃতীয়
সকল টেকনোলজির জন্য
সিরাডগঞ্জ পলিটেকনিক ইনস্টিটিউট

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩
বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

ছাত্র-ছাত্রী পরিচিতি

ডিপ্লোমা-ইন-ইঞ্জিনিয়ারিং

টেকনোলজি: সকল

তৃতীয় পর্ব

সিরাজগঞ্জ পলিটেকনিক ইনস্টিটিউট

সিরাজগঞ্জ

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

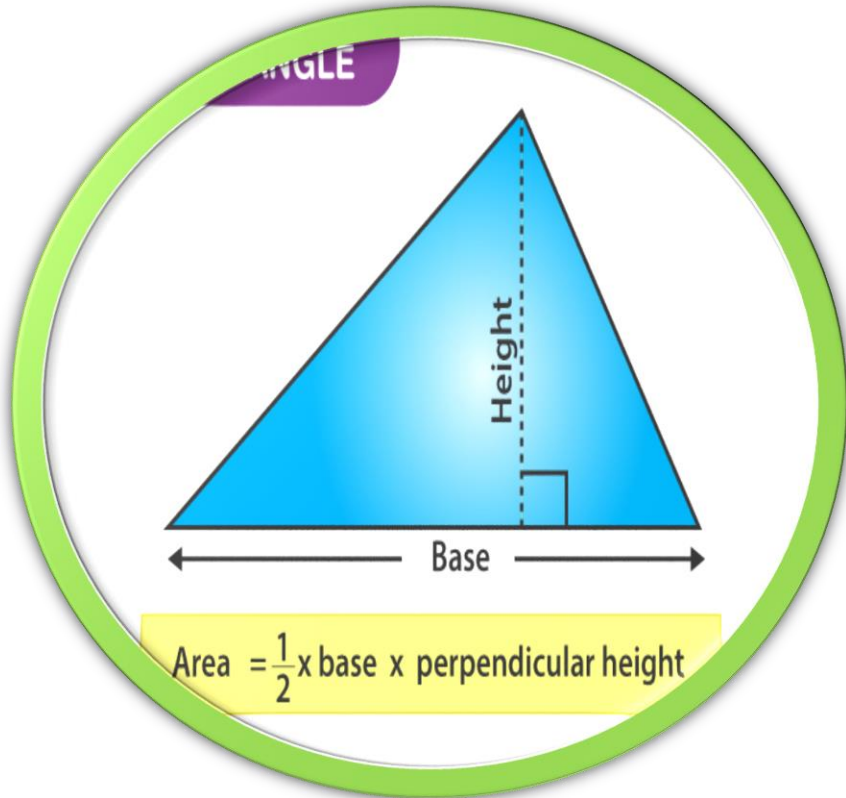
বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-১, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সম্পর্কে ধারণা
(The Concept of Area of a Triangle)

সময়: ৪৫মি:

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে -

- ত্রিভুজ কি - তা ব্যাখ্যা করা যাবে।
- ত্রিভুজের প্রকারভেদ করতে পারা যাবে।
- ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র নির্ণয় করা যাবে।
- ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় করা যাবে।
- ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।

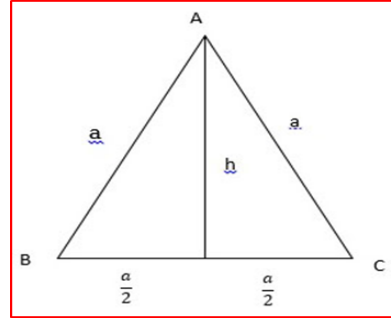
ত্রিভুজ

- ত্রিভুজ-তিনটি সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে।
- উচ্চতা -ত্রিভুজের যে কোন এক বাহুকে ভূমি ধরলে এর বিপরীত শীর্ষ হতে ঐ বাহুর উপর অংকিত লম্বকে উচ্চতা বলে।
- মধ্যমা-ত্রিভুজের যে কোন বাহুর মধ্যবিন্দু ও এর বিপরীত শীর্ষবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে মধ্যমা বলে।
- ভরকেন্দ্র-ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ভরকেন্দ্র বলে। ভরকেন্দ্র মধ্যমাকে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করে।

বাহুভেদে সকল ত্রিভুজকে তিনভাগে ভাগ করা হয়।

সমবাহু ত্রিভুজ

সমবাহু ত্রিভুজ: কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান হলে তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে।



সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি সমান বাহু a হলে

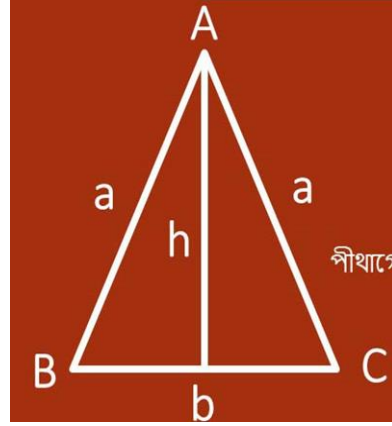
১। সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

২। সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা, $2s = 3a$

৩। সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা, $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ- কোন ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান হলে তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে ।



সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটিসমানবাহু a এবংভূমি b হলে

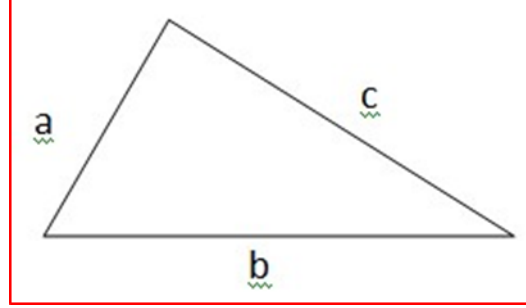
১। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{b}{4} \sqrt{(4a^2 - b^2)}$

২। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজেরপরিসীমা, $2s = a + a + b$

৩। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা, $h = \frac{1}{2} \sqrt{(4a^2 - b^2)}$

বিষমবাহু ত্রিভুজ

বিষমবাহু ত্রিভুজ: কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর অসমান হলে তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে ।



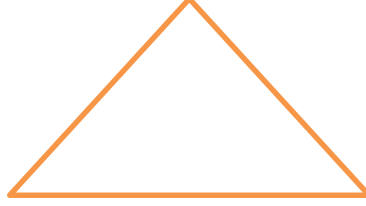
বিষমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c হলে

১। বিষমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a + b + c$

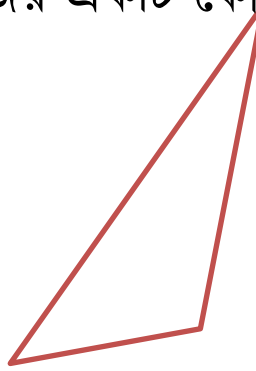
২। বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

কোণ অনুসারে ও সকল ত্রিভুজকে তিনভাগে ভাগ করা হয় ।

- সূক্ষকোণী ত্রিভুজ: কোন ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষকোণ হলে তাকে সূক্ষকোণী ত্রিভুজ বলে ।



- স্থূলকোণী ত্রিভুজ- কোন ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ হলে তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে ।



- সমকোণী ত্রিভুজ: কোন ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ হলে তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে ।



কিছু প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১। সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের সমান বাহু a হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} a^2$

২। ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c এবং অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} (a + b + c) \times r$

৩। ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c এবং পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{abc}{4R}$

৪। ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমা a, b, c হলে,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{4}{3} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

৫। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু a, b, c ও তিনটি কোণ A, B, C হলে,
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\Delta = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$

সমস্যা সমাধান

১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 মিঃ, 13 মিঃ, 14 মিঃ হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের বাহু তিনটির বাহুর দৈর্ঘ্য $AB=BC=AC = a$

সেমি ABC সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

ত্রিভুজটির মধ্যস্থ O বিন্দু হতে AB, BC এবং AC বাহুর উপর লম্ব দূরত্ব $OD=12$ সেমি, $OE=13$ সেমি, $OF=14$ সেমি,

$$\Delta ABC = \Delta BOC + \Delta AOC + \Delta AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times OD + \frac{1}{2} \times AC \times OE + \frac{1}{2} \times AB \times OF$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times 12 + \frac{1}{2} \times a \times 13 + \frac{1}{2} \times a \times 14$$

$$= \frac{12a + 13a + 14a}{2}$$

$$= \frac{39a}{2}$$

প্রশ্নমতে,

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{39a}{2}$$

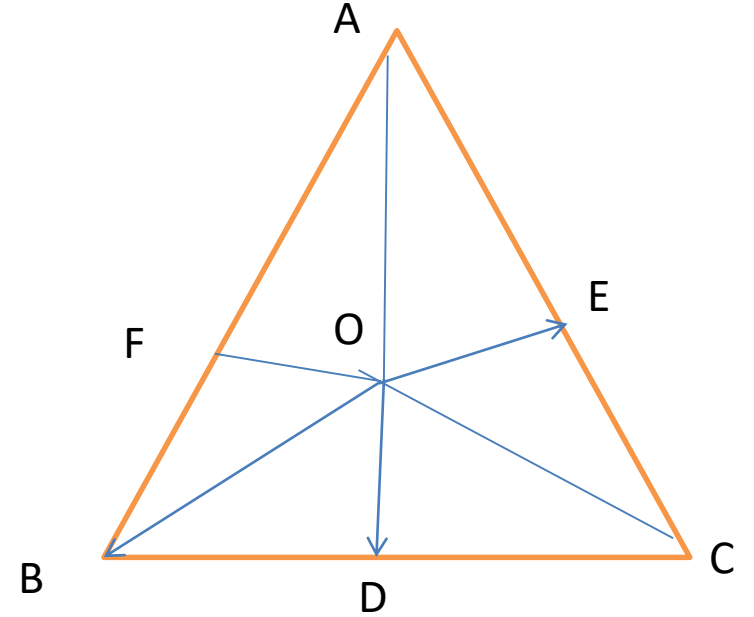
$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} a = 39$$

$$\text{বা, } a = \frac{78}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a = 45.035$$

ত্রিভুজটির পরিসীমা $= 3a = 3 \times 45.035 = 135.1$ মিঃ

সমবাহুত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (45.035)^2$ বর্গমিঃ
 $= 878.21$ বর্গমিঃ



সমস্যা সমাধান

২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিঃ বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিঃ বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য a মি.

$$\text{এর ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ বর্গমি}$$

ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল হবে $= \frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2$ বর্গমি.

প্রশ্নমতে,

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a + 2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } (a + 2)^2 - a^2 = 12$$

$$\text{বা, } 4a + 4 = 12$$

$$\text{বা, } 4a = 8$$

$$\text{বা, } a = 2$$

সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মি.

$$\text{সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 = \sqrt{3} \text{ বর্গমি.}$$

সমস্যা সমাধান

৩। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 360 মিঃ। এর সমান বাহুদ্বয়ে প্রত্যেকটি ভূমির $\frac{5}{8}$ অংশ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটির ভূমি $b = 8x$ মি.

সমান বাহু $a = 5x$ মি.

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a + a + b = 5x + 5x + 8x = 18x$

প্রশ্নমতে, $18x = 360$

$$\therefore x = 20$$

$$b = 8x = 8 \times 20 = 160 \text{ মি.}$$

$$a = 5x = 5 \times 20 = 100 \text{ মি.}$$

$$\text{সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{160}{4} \sqrt{(4 \times 100^2 - 160^2)} = 4800 \text{ বর্গমিঃ}$$

৪। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 35মি, 39মি ও 56 মি। এর বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং লম্বটি দ্বারা বিভক্ত ত্রিভুজের অংশ দুইটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, ΔABC এর বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = 56$ মি, $b = 39$ মি ও $c = 35$ মি

$$\therefore 2s = a + b + c = 56 + 39 + 35 = 130 \text{ মি}$$

$$s = 65 \text{ মি}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{65(65-56)(65-39)(65-35)} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{65 \times 9 \times 26 \times 30} = 675.50 \text{ বর্গমি}$$

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 56 \times AD = 28AD \text{ বর্গমি}$$

$$\text{শর্তমতে, } 28AD = 675.50 \quad \therefore AD = 24.13$$

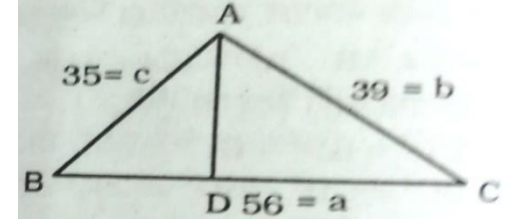
$$\Delta ABD \text{ এ } AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$\text{বা, } BD^2 = AB^2 - AD^2 = (35)^2 - (24.13)^2 = 642.74$$

$$\text{বা, } BD = 25.35 \text{ মি}$$

$$\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times BD \times AD = \frac{1}{2} \times 25.35 \times 24.13 = 305.85 \text{ বর্গমি}$$

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = 675.50 - 305.85 = 369.65 \text{ বর্গমি (উত্তর)}$$



দলীয় কাজ



- ১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 16মিঃ, 20মিঃ, 24মিঃ হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 2মিঃ বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $9\sqrt{3}$ বর্গমিঃ বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 21মিঃ, 20মিঃ ও 13 মিঃ। এর বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং লম্বটি দ্বারা বিভক্ত ত্রিভুজের অংশ দুইটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 40মিটার। এর সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটি ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। এক স্থান হতে দুটি রাস্তা পরস্পর 120° কোণে চলে গেছে। দুজন লোক স্থান হতে ঘন্টায় 10কিঃমিঃ ও 12কিঃমিঃ বেগে হাঁটতে শুরু করল। 5ঘন্টা পর তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10মিঃ, 12মিঃ ও 14মিঃ হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 306 সেমি এবং সমানসমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 3 মিঃ কমালে এর ক্ষেত্রফল $9\sqrt{3}$ বর্গমিঃ কমায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। 15 মিটার দীর্ঘ একটি মই একটি দেওয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল হতে 9 মিটার সরালে তার অগ্রভাগ কত মিটার নিচেনামবে?
- ৫। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 7, 8, 9 একক হলে কোণ তিনটির পরিমাণ নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা a সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা y ত মিটার এর ক্ষেত্রফল t বর্গমিটার হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যস্থ কোন বিন্দু হতে বাহু তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 16 সেমি, 20 সেমি ও 24 সেমি হলে ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুর প্রত্যেকটি ভূমির $\frac{5}{8}$ অংশ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 300 বর্গমি. হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় কর।
- ৫। 20 মিটার লম্বা একটি মই দেওয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল হতে কত দূরে সররেখার মাথা কত মিটার নিচে নেমে আসবে?

বাড়ির কাজ

- ১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিঃ বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিঃ বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 51 মিঃ, 52 মিঃ, 53 মিঃ। 52 মিঃ বাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং লম্বটি দ্বারা বিভক্ত ত্রিভুজের অংশ দুইটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি যথাক্রমে 9 মি., 10 মি., ও 11 মি.। ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের ও পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 360 সেমি এবং এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। এক স্থান হতে দুটি রাস্তা পরস্পর 120° কোণে চলে গেছে। দুজন লোক স্থান হতে ঘন্টায় 3 কিঃমিঃ ও 4 কিঃমিঃ বেগে হাঁটতে শুরু করল। 5 ঘন্টা পর তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।
- ৬। 25 মিটার দীর্ঘ একটি মই দেওয়ালের সাথে হেলানোভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল হতে 7 মিটার দূরে। মইটির গোড়া আর কত দূর সরালে এর মাথা গোড়া সরানোর অর্ধেক নিচে নামবে?
- ৭। একটি সমবাহু ত্রিভুজাকার মাঠের পরিসীমা 54 মি. উক্ত মাঠের সীমানা হতে 90 সেমি বাদ দিয়ে ভিতরের যে সমবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি পাওয়া যাবে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-২(ক), চতুর্ভুজ এবং সামান্তরিক ক্ষেত্রফলের ধারণা
(The Concept of Areas of Quadrilaterals & Parallelograms)

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ্য কর

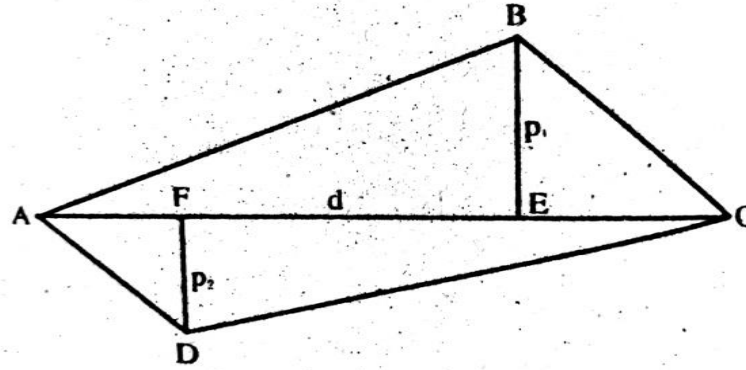


এই পাঠ শেষে

- ❖ চতুর্ভুজ কি জানতে পারবে ।
- ❖ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র জানতে পারবে ।
- ❖ সামান্তরিক কি জানতে পারবে ।
- ❖ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র জানতে পারবে ।
- ❖ চতুর্ভুজের ও সামান্তরিকের সমস্যা সমাধান করতে পারবে ।

চতুর্ভুজের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১. চতুর্ভুজের একটি কর্ণ ও এর উপর অফসেটদ্বয় দেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় :



ধরি, ABCD চতুর্ভুজের একটি কর্ণ $AC = d$ এবং অফসেটদ্বয় $BE = p_1$ ও $DF = p_2$

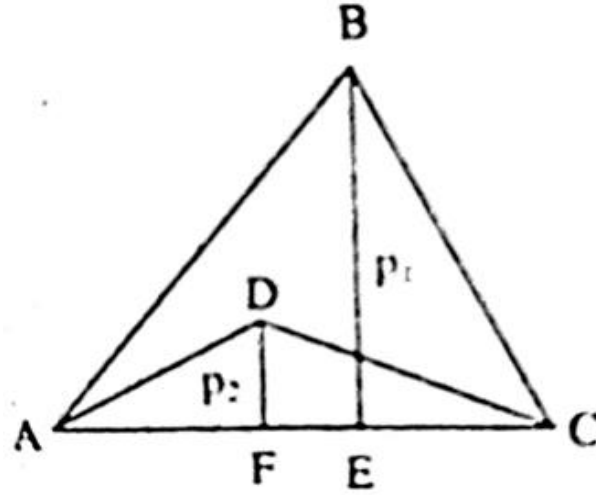
ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \Delta ABC + \Delta ADC$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BE + \frac{1}{2} \times AC \times DF$$

$$= \frac{1}{2} \times AC (BE + DF)$$

$$= \frac{1}{2} \times d (p_1 + p_2)$$

২. চতুর্ভুজের একটি কর্ণ ও এর উপর অফসেটদ্বয় দেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় (যদি কর্ণটি বাহিরে থাকে):



$$\text{চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times d \times (p_1 - p_2)$$

চতুর্ভুজের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

৩। চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় লম্বভাবে ছেদ করলে ক্ষেত্রফল নির্ণয়

: ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় $AC = d_1$ ও $BD = d_2$

$$ABCD \text{ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

৪। চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় $AC = d_1$ ও $BD = d_2$ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

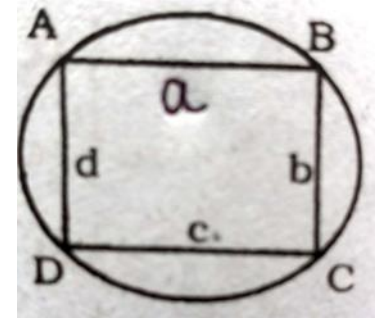
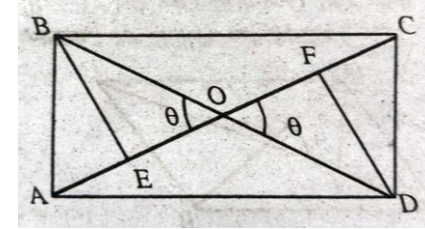
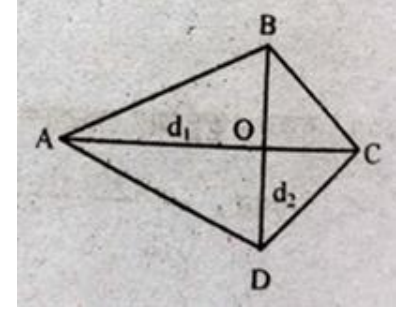
$$ABCD \text{ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \times \sin \theta$$

৫। বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বাহুদেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল:

$$= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$

এখানে, $s = \frac{a+b+c+d}{2}$, a, b, c, d চতুর্ভুজটির চারটি বাহু।

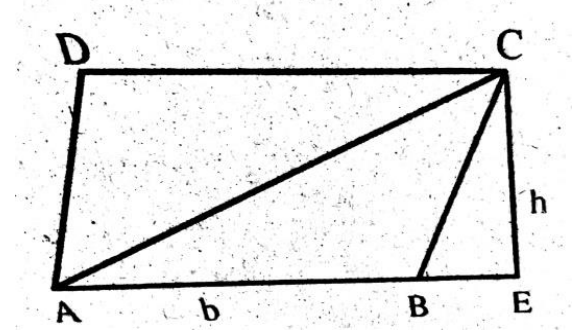


সামান্তরিকের প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১। সামান্তরিকের ভূমি ও উচ্চতাদেওয়া থাকলে,

❖ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $A = \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = bh$

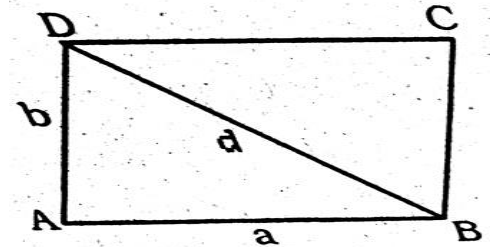
❖ সামান্তরিকের উচ্চতা = $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমি}} = \frac{A}{b}$



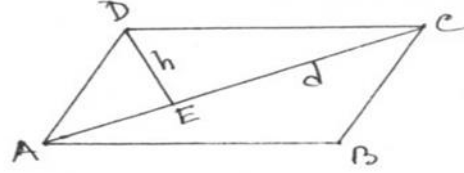
২। সামান্তরিকের সম্বন্ধিত বাহুদ্বয় = a , b এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = d দেওয়া থাকলে,

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = $2 \times \Delta ABC$

$$= 2 \times \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-d)}$$



৩। সামান্তরিকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $=d$ এবং অফসেট/লম্ব $=p$ দেওয়া থাকলে,
সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=d \times p$



৪। সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় $= a, b$ এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ $= \alpha$
দেওয়া থাকলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= ab \sin \alpha$

৫। সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় $= d_1, d_2$ এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ $= \theta$
দেওয়া থাকলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \theta$

সমাধান

১। একটি চতুর্ভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্য 14 সেংমিঃ এবং অফসেট দ্বয় 6 সেংমিঃ এবং 4 সেংমিঃ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে $d = 14$ সেংমিঃ $p_1 = 6$ সেংমিঃ, $p_2 = 4$ সেংমিঃ

$$\begin{aligned}\text{চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times d(p_1 + p_2) \\ &= \frac{1}{2} \times 14 \times (6 + 4) \\ &= 70 \text{ বর্গসেংমিঃ (Ans)}\end{aligned}$$

২। একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 24 সেংমিঃ ও 10 সেংমিঃ এবং তারা পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $d_1 = 24$ সেংমিঃ ও $d_2 = 10$ সেংমিঃ

$$\text{চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 24 \times 10 = 120 \text{ বর্গসেংমিঃ (Ans)}$$

সমাধান

৩। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 16মিঃ ও 10মিঃ। এর ছোট কর্ণের দৈর্ঘ্য 14মিঃ হলে বড় কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, ABCD সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে $AB=16$ মিঃ ও $AD=10$ মিঃ $BD=14$ মিঃ $OB=7$ মিঃ

আমরা অ্যাপোলোনিয়াসেরসূত্র অনুযায়ী ΔABD হতে পাই

$$AB^2 + AD^2 = 2(OA^2 + OB^2)$$

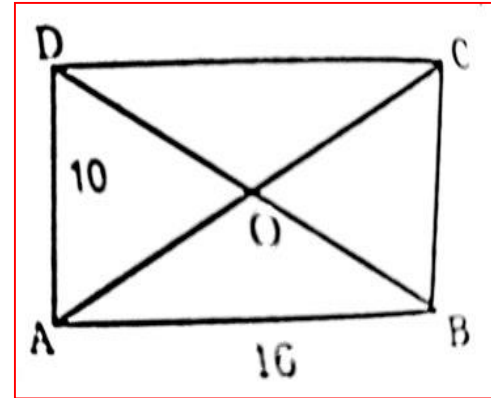
$$2OA^2 = AB^2 + AD^2 - 2OB^2$$

$$2OA^2 = 16^2 + 10^2 - 2 \times 7^2$$

$$2OA^2 = 258$$

$$OA = 11.36$$

বড় কর্ণের দৈর্ঘ্য, $AC = 2 \times 11.36 = 22.72$ মিঃ (Ans)



সমাধান

৪। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 12 মিঃ ও 8 মিঃ। এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিঃ হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে $AB = a = 12$ মিঃ ও $AD = b = 8$ মিঃ $BD = d = 10$ মিঃ

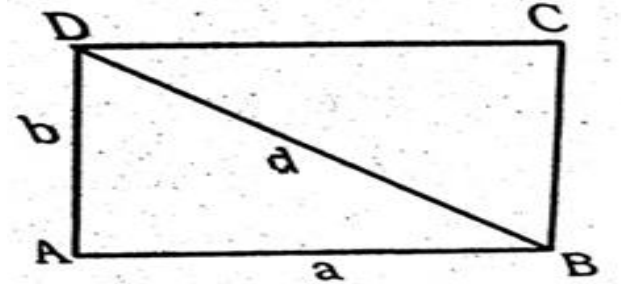
সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta ABC$

$$= 2 \times \sqrt{\{s(s-a)(s-b)(s-d)\}}, s = \frac{12+8+10}{2} = 15$$

$$= 2 \times \sqrt{\{15(15-12)(15-8)(15-10)\}}$$

$$= 2 \times \sqrt{(15 \times 3 \times 7 \times 5)}$$

$$= 30\sqrt{7} \text{ বর্গমিঃ}$$



দলীয় কাজ



- ১। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 75 মিঃ ও 70 মিঃ। এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 65 মিঃ হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সামান্তরিক ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান। যদি সামান্তরিকের ভূমি 80 মিঃ ও উচ্চতা 30 মিঃ হয়, তবে বর্গক্ষেত্রের বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৩। একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30 মিঃ এবং 40 মিঃ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° । চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি চতুর্ভুজের কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সেঃ মিঃ এবং অফসেট দ্বয় 8 সেঃ মিঃ এবং 4 সেঃ মিঃ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 30 মিঃ ও 26 মিঃ। এর ছোট কর্ণের দৈর্ঘ্য 28 মিঃ হলে বড় কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গমিঃ এবং ভূমি 20 মিঃ হলে উচ্চতা কত?
- ২। একটি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 40 মিঃ এবং 30 মিঃ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30° । সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 16 মিঃ ও 12 মিঃ। এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিঃ হলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে 36 মিঃ, 77 মিঃ, 75 মিঃ ও 40 মিঃ হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 300 বর্গমিঃ। এর সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 30 মিঃ ও 20 মিঃ হলে বাহু দুইটির মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। সামান্তরিকের উচ্চতা 20মিঃ এবং ভূমি 30মিঃ হলে ক্ষেত্রফল কত?
- ২। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 60বর্গমিঃ এবং ভূমি 30মিঃ হলে উচ্চতা কত?
- ৩। একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 60 সেঃমিঃ ও 40 সেঃমিঃ এবং তারা পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে 12মিঃ,9মিঃ,13মিঃ ও 14মিঃ। প্রথম দুটি বাহুর মধ্যর্তী কোণ সমকোণ হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় যথাক্রমে 10মিঃ ও 12মিঃ । এর ছোটকর্ণের দৈর্ঘ্য 8মিঃ হলে অপরকর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর ।
- ২। AC বৃত্তের ব্যাস এবং $ABCD$ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কর্ণ । যদি $AB = 30, BC = 40$ এবং $CD = 10$ একক হয় । AD এর দৈর্ঘ্য কত? চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৩। একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30মিঃ এবং 40মিঃ এবং তারা পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে । চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৪। একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে 80মিঃ, 60মিঃ, 50মিঃ ও 86মিঃ হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৫। একটি চতুর্ভুজের বাহুগুলো যথাক্রমে 12মিঃ, 12মিঃ, 8মিঃ ও 10মিঃ । প্রথম দুটির মধ্যর্তী কোণ 60° হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।
- ৬। একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15, 20, 25 ও 30 সেমি । প্রথম দুটি বাহুর মধ্যর্তী কোণ সমকোণ হলে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়- রম্বসের ক্ষেত্রফলের ধারণা

সময়: ৪৫মি:

রম্বস সম্পর্কে ধারণা

- রম্বসের কি - তা ব্যাখ্যা করা যাবে।
- রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র নির্ণয় করা যাবে।
- রম্বসের কর্ণ নির্ণয় করা যাবে।
- রম্বসের পরিসীমা নির্ণয় করা যাবে।
- রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।

শিখন ফল

- যে চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান তাকে রম্বস বলে।
- প্রকৃত পক্ষে, রম্বস হলো সামান্তরিকের একটি বিশেষ রূপ অর্থাৎ সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় সমান হলে তখন তা রম্বস হয়ে যায়।
- রম্বসকে অনেক সময় ডায়মন্ড বলা হয় কারণ এটি দেখতে অনেকটা ডায়মন্ডের মত। আবার এটিকে সমবাহু চতুর্ভুজও বলা হয় কারণ এর চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান।
- রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- রম্বসের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
- রম্বসের বাহুগুলোর সমষ্টিকে রম্বসের পরিসীমা বলে।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $AB=BC=CD=AD=a$

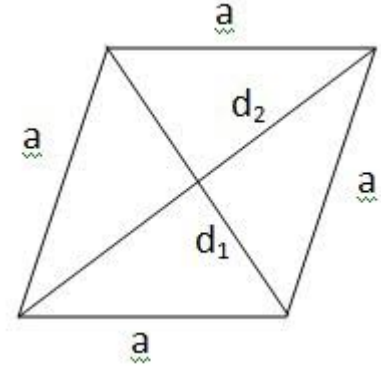
রম্বসের কর্ণের দৈর্ঘ্য $=d_1$ ও d_2

১। রম্বসের বাহু $a = \frac{1}{2} \sqrt{(d_1^2 + d_2^2)}$

২। রম্বসের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

৩। রম্বসের পরিসীমা $= 4a$

৪। রম্বসের উচ্চতা $= \frac{A}{a}$



সমাধান

১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30মি. ও 40মি হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল এবং উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান: রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $d_1 = 30$ মি. ও $d_2 = 40$ মি

$$\begin{aligned} \text{রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য } a &= \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 25 \text{ মি} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{রম্বসের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600 \text{ বর্গমি} \end{aligned}$$

উচ্চতা = ক্ষেত্রফল / বাহুর দৈর্ঘ্য

$$h = \frac{A}{a} = \frac{600}{25} = 24 \text{ মি}$$

সমস্যা সমাধান

২। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 78সেমি। এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 78$ সেমি এবং কর্ণদ্বয় $d_1 = 12x$, $d_2 = 5x$

আমরা জানি, $a = \frac{1}{2} \sqrt{(d_1^2 + d_2^2)}$

বা, $78 = \frac{1}{2} \sqrt{\{(12x)^2 + (5x)^2\}}$

বা, $156 = \sqrt{(169x^2)}$

বা, $13x = 156$

বা, $x = 12$

কর্ণদ্বয়, $d_1 = 1 \times 12 = 144$ সেমি, $d_2 = 5 \times 12 = 60$ সেমি

রম্বসের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 144 \times 60 = 4320$ বর্গসেমি

রম্বসের উচ্চতা $= \frac{A}{a} = \frac{4320}{78} = 55.38$ সেমি

দলীয় কাজ



- ১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 40মিঃ এবং 30 মিঃ হলে উচ্চতা, ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় কর?
- ২। একটি রম্বসের পরিসীমা 146মি এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 55মি। এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি রম্বসের পরিসীমা 200মি। এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{7}{24}$ অংশ হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৪। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত 15ঃ8 এর পরিসীমা 68মি হলে এর ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। একটি রম্বসের পরিসীমা 30 মি এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 মি। এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি রম্বসের অর্ধ পরিসীমা 68 মি এবং একটি অর্ধ কর্ণ 16 মি। এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৩। একটি রম্বসের অর্ধ কর্ণ দুয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 মিঃ এবং 3 মিঃ হলে ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় কর?
- ৪। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 78 সেমি। এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 20 মিঃ এবং 10 মিঃ হলে ক্ষেত্রফল কত?
- ২। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 60 মিঃ এবং 80 মিঃ। রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৩। একটি রম্বসের অর্ধকর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 মিঃ এবং 4 মিঃ হলে এর ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় কর।
- ৪। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 20 মিঃ এবং ক্ষুদ্রতম একটি কর্ণ বৃহত্তম কর্ণের $\frac{3}{4}$ অংশ। রম্বসটির ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30 মিঃ এবং 40 মিঃ। রম্বসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ২। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 45 মিঃ এবং 75 মিঃ। রম্বসের পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৩। একটি রম্বসের অর্ধ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 30 মিঃ এবং 40 মিঃ। রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, পরিসীমা, ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য 13 সেমি। এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৫। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের অনুপাত 4:3 এর পরিসীমা 200 মি হলে এর ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-২, ট্র্যাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফলের ধারণা

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর

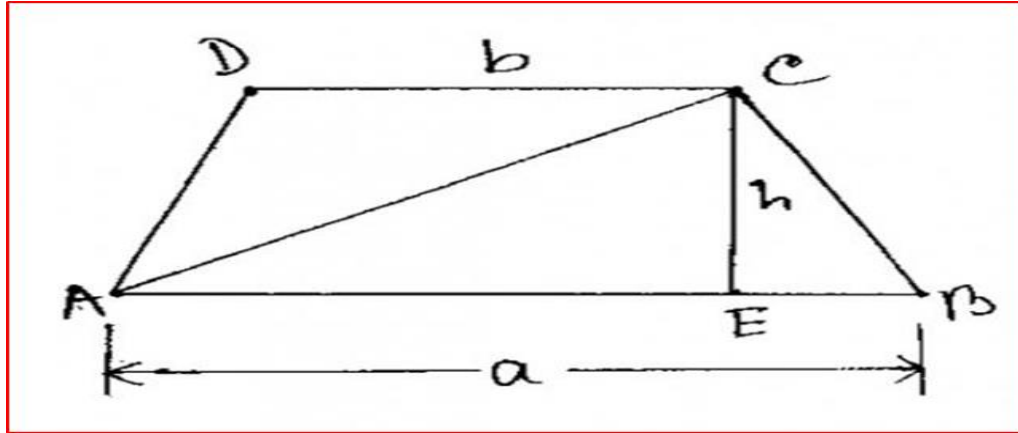




gettyimages®
DAJ

এই টিউটোরিয়ালটি শেষে -

- ট্রাপিজিয়াম কি-তা ব্যাখ্যা করা যাবে।
- ট্রাপিজিয়ামের পরিসীমা নির্ণয় করা যাবে।
- ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাবে।
- ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা নির্ণয় করা যাবে।



ট্রাপিজিয়াম সম্পর্কে ধারণা

- যে চতুর্ভুজের একজোড়া বাহু সমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়াম বলে।
- ট্রাপিজিয়ামের একজোড়া বাহু পরস্পর সমান্তরাল।
- ট্রাপিজিয়ামের দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180° ।
- ট্রাপিজিয়ামের একজোড়া বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু দুইটি এবং এর কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু একই রেখায় অবস্থিত।
- ট্রাপিজিয়ামের একটি বাহু ও কর্ণের অন্তর্ভুক্ত কোণ ঐ বাহুর বিপরীত বাহু ও একই কর্ণের অন্তর্ভুক্ত কোণ দুইটি পরস্পর সমান।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় a ও b এবং উচ্চতা h হলে

$$\text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল } A = \frac{1}{2}(a + b) \times h$$

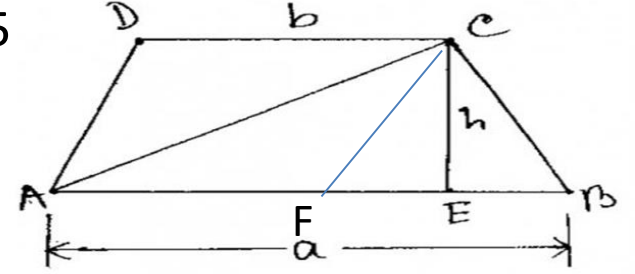
$$\text{ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা } h = \frac{2A}{a+b}$$

সমস্যা সমাধান

১। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 68সেমি ও 40 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 সেমি ও 17 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান:ধরি, ট্রাপিজিয়ামেরসমান্তরালবাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যযথাক্রমে $AB = 68$ সেমি ও $CD = 40$ সেমিএবংঅপর দুইবাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $AD = 25$ সেমিও $BC = 17$ সেমি। $AF = CD = 40$
 $BF = 68 - 40 = 28$ সেমি এবং $CE = h$ সেমি

$$\Delta BCF = \sqrt{\{s(s-a)(s-b)(s-c)\}}, \quad s = \frac{28+17+25}{2} = 35$$
$$= \sqrt{\{35(35-28)(35-17)(35-25)\}}$$
$$= 210 \text{ বর্গসেমি}$$



$$\text{আবার } \Delta BCF = \frac{1}{2} \times BF \times CE$$
$$= \frac{1}{2} \times 28 \times h$$
$$= 14h \text{ বর্গসেমি}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 14h = 210$$

$$\text{বা, } h = 15$$

$$\text{ট্রাপিজিয়ামেরক্ষেত্রফল, } A = \frac{1}{2}(a+b) \times$$

$$h = \frac{1}{2}(68+40) \times 15$$
$$= 810 \text{ বর্গসেমি}$$

সমস্যা সমাধান

২। একটি ট্রাপিজিয়ামের আকৃতি খালের উপরের দৈর্ঘ্য 30 মি এবং নিচের দৈর্ঘ্য 20 মি এবং পাহাড় দ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে 60° এবং 30° । ট্রাপিজিয়ামের আকৃতি খালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, ট্রাপিজিয়ামের আকৃতি খালের উপরের দৈর্ঘ্য $AB = 30$ মি ও নিচের দৈর্ঘ্য $CD = 20$ মি এবং $CF = DE = h$ মি
 $\angle DAE = 60^\circ$ এবং $\angle CBF = 30^\circ$

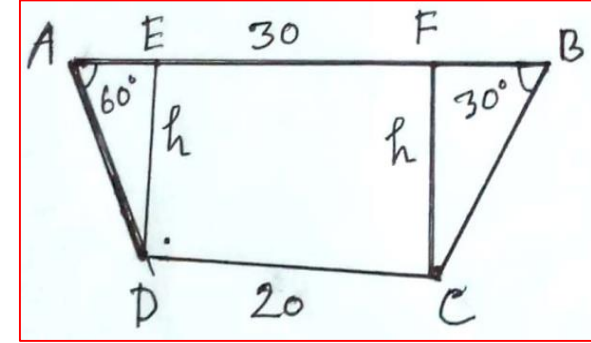
$$\begin{aligned} \text{এখন } \tan DAE &= \frac{DE}{AE} \text{ এবং } \tan DAE = \frac{CF}{BF} \\ \tan 60^\circ &= \frac{h}{AE} \qquad \tan 30^\circ = \frac{h}{BF} \\ \sqrt{3} &= \frac{h}{AE} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BF} \\ AE &= \frac{h}{\sqrt{3}} BF = h\sqrt{3} \end{aligned}$$

প্রশ্নমতে, $AE + EF + BF = AB$

$$\text{বা, } \frac{h}{\sqrt{3}} + 20 + h\sqrt{3} = 30$$

$$\text{বা, } h = 4.33$$

$$\begin{aligned} \text{ট্রাপিজিয়ামের আকৃতি খালের ক্ষেত্রফল } A &= \frac{1}{2}(a + b) \times h \\ &= 0.5 \times (30 + 20) \times 4.33 \\ &= 108.25 \text{ বর্গমিঃ} \end{aligned}$$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা-৩ : একটি খালের উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে 40মি ও 25 মি এবং গভীরতা 12 মি ।
খালটিতে পানির গভীরতা 8 মি হলে পানির উপরিভাগের বিস্তার নির্ণয় কর ।

সমাধান:ধরি, খালের উপরেরবিস্তার $AB = 40$ মি , নিচের বিস্তার $CD = 25$ মি , গভীরতা $DE = 12$ মি , খালটিতে পানির গভীরতা $DF = 8$ মি এবং পানির উপরিভাগেরবিস্তার $MN = x$ মি
 $EF = 12 - 8 = 4$ মি

খালেরপ্রচ্ছেদেরক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + CD) \times DE = \frac{1}{2}(40 + 25) \times 12$ বর্গমি. $= 390$ বর্গমি

খালের পানিরপ্রচ্ছেদেরক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(CD + MN) \times DF$
 $= \frac{1}{2}(25 + x) \times 8$ বর্গমি.
 $= (100 + 4x)$ বর্গমি

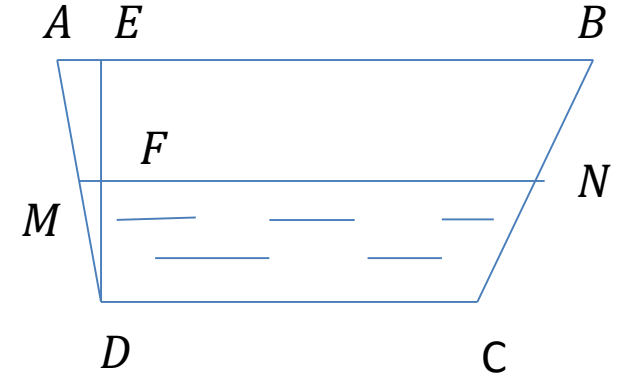
পানির উপরিঅংশেরখালেরপ্রচ্ছেদেরক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + MN) \times EF$
 $= \frac{1}{2}(40 + x) \times 4$ বর্গমি.
 $= (80 + 2x)$ বর্গমি

শর্তমতে , $100 + 4x + 80 + 2x = 390$

বা, $6x = 210$

বা, $x = 35$

পানির উপরিভাগেরবিস্তার 35মি (উত্তর)



দলীয় কাজ

১. একটি ট্রাপিজিয়াম আকৃতি ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য একটি অপরটি অপেক্ষা 12 মি বড় এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব 12 মি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 216 বর্গমি। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
২. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 50 সেমি ও 70 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 সেমি ও 31 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৩. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের অন্তর 8 মি এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব 24 মি। যদি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল লম্ব দূরত্বের 13 গুণ হয়, তবে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
৪. একটি খালের উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে 50মি ও 20 মি এবং গভীরতা 12 মি। খালটিতে পানির গভীরতা 4 মি হলে পানির উপরিভাগের বিস্তার নির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। একটি ট্রাপিজিয়াম আকৃতি ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য একটি অপরটি অপেক্ষা 4 মি বড় এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব 8 মি। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 112 বর্গমি। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ২। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের অন্তর 8 সেমি এবং এদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব 24 সেমি। যদি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 312 বর্গসেমি হয়, তবে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৩। একটি খালের প্রচ্ছেদের উপরের দৈর্ঘ্য 30 মি এবং নিচের দৈর্ঘ্য 20 মি এবং পাহাড়দ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে 45° এবং 60° । খালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটি এর দূরত্বের দ্বিগুণ ও ত্রিগুণ। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 490 বর্গমি.হলে এটির লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর।
- ২। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল 30 সেমি এবং ক্ষেত্রফল 270বর্গসেমি। ট্রাপিজিয়ামের উচ্চতা কত?
- ৩। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 46 সেমি ও 76 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 সেমি ও 28 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 24সেমি ও 52 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 সেমি ও 30 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 91 সেমি ও 51 সেমি এবং অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 37 সেমি ও 13 সেমি। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার বাহুগুলো যথাক্রমে 13 সেমি, 11 সেমি, 15 সেমি ও 25 সেমি এর দ্বিতীয় বাহুটি চতুর্থ বাহুটির সমান্তরাল।
- ৩। একটি খালের প্রচ্ছেদের উপরের দৈর্ঘ্য 40 মি এবং নিচের দৈর্ঘ্য 20 মি এবং পাহাড় দ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে 30° এবং 60° । খালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি খালের প্রচ্ছেদের উপরের দৈর্ঘ্য 50 সেমি এবং নিচের দৈর্ঘ্য 20 সেমি এবং পাহাড় দ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে 90° এবং 60° । খালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি খালের উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে 30 মি ও 20 মি এবং গভীরতা 10 মি। খালের পানির উপরিভাগের বিস্তার 26 মি হলে পানির গভীরতা নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৩, সুসম বহুভুজ

(Regular Polygons)

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে -

- ১। বহুভুজের সংজ্ঞা বলতে পারবে।
- ২। সুষম বহুভুজের সংজ্ঞা বলতে পারবে।
- ৩। বহুভুজের অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ কোণের পরিমাণ জানবে।
- ৪। সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবে।
- ৫। সুষম ষড়ভুজ, অষ্টভুজ ও দ্বাদশভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা জানবে।

বহুভুজ

বহুভুজ : চারটির অধিক সরল রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে বহুভুজ বলে ।

বহুভুজের বাহুর সংখ্যানুসারে বহুভুজের নামকরণ করা হয় । যেমন- পাঁচ, ছয় ও সাত বাহু বিশিষ্ট বহুভুজ কে যথাক্রমে পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ, ও সপ্তভুজ বলে ।

সুষম বহুভুজ: যে বহুভুজের সকল বাহু ও কোণগুলো সমানতাকে সুষম বহুভুজ বলে ।

কোন বহুভুজের বাহুর সংখ্যা n হলে অন্তঃস্থ কোণসমূহের সমষ্টি $(2n - 4)$ সমকোণ বা $(n - 2) \times 180^\circ$

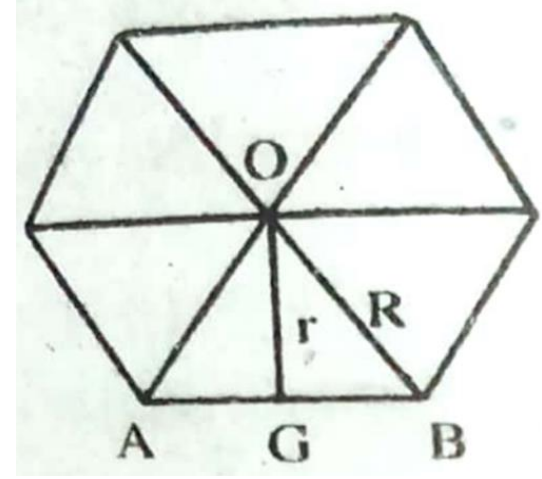
n বাহু বিশিষ্ট সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ $\frac{2n-4}{n}$ সমকোণ বা $(\frac{n-2}{n}) \times 180^\circ$

বহুভুজের বাহুঃস্থ কোণের পরিমাণ 360° এবং সুষম বহুভুজের প্রতিটি বাহুঃস্থ কোণের পরিমাণ $\frac{360^\circ}{n}$, এখানে $n =$ বাহুর সংখ্যা ।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১। n বাহুবিশিষ্টসুষমবহুভুজেরবাহু ও অন্তর্বৃত্তেরব্যাসার্ধ দেয়া থাকলে ক্ষেত্রফলনির্ণয় :

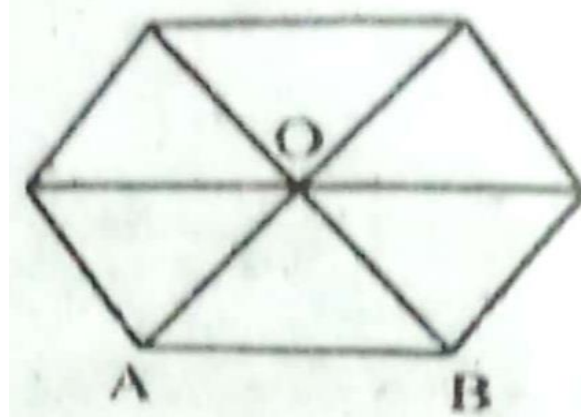
$$\text{বহুভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} nar$$



২। n বাহুবিশিষ্টসুষমবহুভুজেরবাহু ও পরিবৃত্তেরব্যাসার্ধ দেয়া থাকলে ক্ষেত্রফলনির্ণয় :

$$\text{বহুভুজটির ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} nar = \frac{1}{2} na \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :



৩। সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

ধরি, সুষম ষড়ভুজের কেন্দ্রবিন্দু O এবং বাহু $AB = a$ ।

অতএব OAB একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

$$\Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

৪। সুসম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

ধরি, সুসম অষ্টভুজের বাহু $AB = BC = a$

এবং অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ $OL = r$

সমকোণী ত্রিভুজ BCM হতে পাই

$$BM^2 + CM^2 = BC^2$$

$$2BM^2 = a^2 \quad [CM = BM]$$

$BM = \frac{a}{\sqrt{2}}$ এবং $LB = MN = ON = \frac{a}{2}$ [কারণ ONM সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বলে]

$$r = OL = ON + NL = ON + BM = \frac{a}{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2} (1 + \sqrt{2})$$

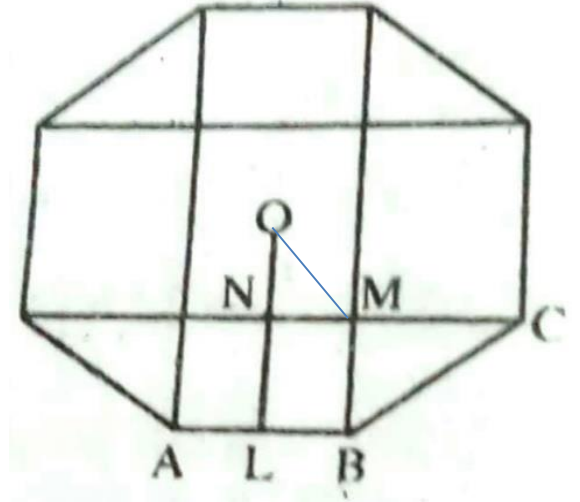
আমরা জানি, বহুভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} nar$ বর্গ একক

$$\text{সুসম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 8 \times a \times \frac{a}{2} (1 + \sqrt{2}), \text{ এখানে } n=8$$

$$= 2(1 + \sqrt{2})a^2 \text{ বর্গ একক}$$

৫। সুসম দ্বাদশভুজের বাহু a একক হলে

$$\text{সুসম দ্বাদশভুজের ক্ষেত্রফল} = 3(2 + \sqrt{3})a^2 \text{ বর্গ একক}$$



সমস্যা সমাধান

১।(ক)সুষমষড়ভুজেরঅন্তঃস্থ কোণগুলোরসমষ্টি কতসমকোণবাডিছি ?

সমাধান:সুষমষড়ভুজেরঅন্তঃস্থ কোণগুলোরসমষ্টি = $(2n - 4)$ সমকোণ

= $(2 \times 6 - 4)$ সমকোণ , এখানে $n=6$

= 8 সমকোণ

$$= 8 \times 90^\circ$$

$$=720^\circ \text{ (Ans.)}$$

(খ) সুষমঅষ্টভুজেরঅন্তঃস্থ কোণগুলোরসমষ্টি কত সমকোণবাডিছি?

সমাধান:সুষমঅষ্টভুজেরঅন্তঃস্থ কোণগুলোরসমষ্টি = $(2n - 4)$ সমকোণ

= $(2 \times 8 - 4)$ সমকোণ, এখানে $n=8$

= 12সমকোণ

$$= 12 \times 90^\circ$$

$$=1080^\circ \text{ (Ans.)}$$

সমস্যা সমাধান

২। একটি সুষমষড়্ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: সুষমষড়্ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 10\sqrt{3}$ সেমি

$$\text{সুষমষড়্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গসেমি}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} (10\sqrt{3})^2 \text{ বর্গসেমি}$$

$$= 450\sqrt{3} \text{ বর্গসেমি (Ans)}$$

৩। একটি সুষমঅষ্টভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: সুষমঅষ্টভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 10$ সেমি

$$\text{সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল} = 2(1 + \sqrt{2})a^2$$

$$= 2(1 + \sqrt{2})(10)^2$$

$$= 200(1 + \sqrt{2}) \text{ বর্গসেমি (Ans)}$$

সমস্যা সমাধান

৪। একটি সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $216\sqrt{3}$ বর্গমি হলে এর সমান বাহুবিশিষ্ট সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি সুষম ষড়ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য = a মি

$$\text{এর ক্ষেত্রফল} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গমি}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 216\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a^2 = \frac{2 \times 216\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } a^2 = 144$$

$$\text{বা, } a = 12$$

প্রশ্নমতে,

$$\text{সুষম অষ্টভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য } a = 12 \text{ মি}$$

$$\begin{aligned} \text{সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল} &= 2(1 + \sqrt{2})a^2 \\ &= 2(1 + \sqrt{2})(12)^2 = 695.29 \text{ বর্গমি} \\ &\text{(ans.)} \end{aligned}$$

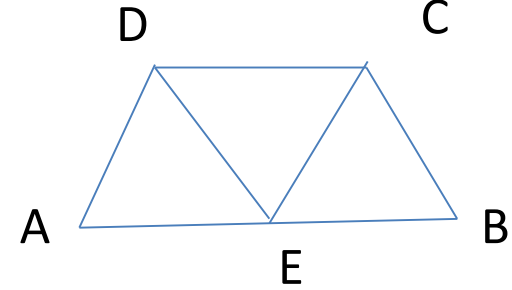
সমস্যা সমাধান

৫। একটি ঘরের সম্মুখভাগের দৈর্ঘ্য 16মি.। এর সামনে সুষমষড়ভুজের তিন বাহুর আকারে বারান্দা দেয়া হল। বারান্দার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, ঘরের সম্মুখভাগের দৈর্ঘ্য $AB = 16$ মি এবং সুষমষড়ভুজের তিন বাহুর আকারে বর্ধিত বারান্দা $ABCD$ । E , এর মধ্যবিন্দু AB । CE যোগ করি।
 $\triangle OAB$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

$$BC = BE = \frac{1}{2} \times AB = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ মি.।}$$

$$\begin{aligned} \text{বারান্দার ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4} (8)^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= 48\sqrt{3} \text{ বর্গমিঃ (Ans.)} \end{aligned}$$



সমস্যা সমাধান

৭। একটি সুষম ষড়ভুজাকার উঠানের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 30 মি.। উঠানটির ভিতরে সবদিকে সীমানা ঘেঁষে 2মিটার চওড়া একটি পাকা রাস্তা তৈরি করা হলো। প্রতি বর্গমিটার 5 টাকা হিসেবে ঐ রাস্তা মেরামত করতে কত খরচ হবে?

সমাধান: ধরি, সুষম ষড়ভুজাকৃতি মাঠের বাহু $AB = a = 30$ মি

$$\begin{aligned}\text{উঠানের ক্ষেত্রফল} &= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4} (30)^2 \text{ বর্গমিঃ} \\ &= 2338.27 \text{ বর্গমিঃ}\end{aligned}$$

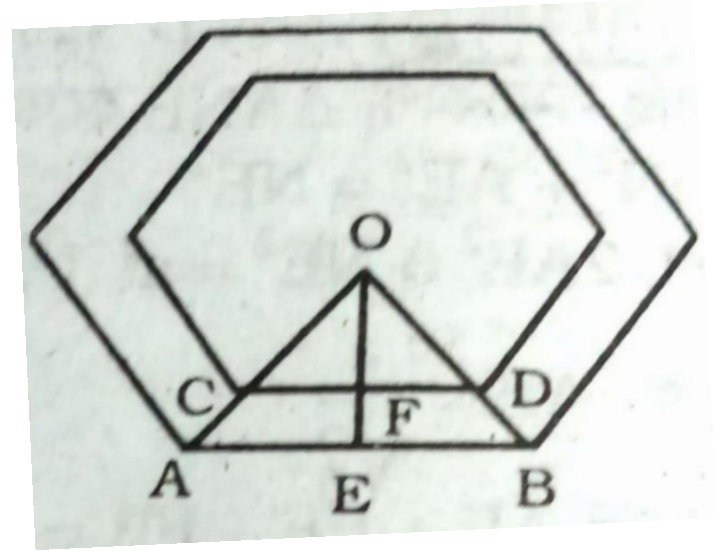
OE, AB এর উপর লম্ব।

যেহেতু $\triangle OAB$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

$$OE = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 30 = 25.98$$

যেহেতু পাকা রাস্তার চওড়া $EF = 2$ মিটার

$$OF = OE - EF = 25.98 - 2 = 23.98$$



সমস্যা সমাধান

ধরি, রাস্তাবাদে ষড়ভুজের বাহু $CD = x$ মি

$$\text{শর্তমতে, } \frac{\sqrt{3}}{2} x = 23.98$$

$$\text{বা, } x = 27.69$$

$$\text{রাস্তাবাদে উঠানের ক্ষেত্রফল} = \frac{3\sqrt{3}}{2} x^2 \text{ বর্গমিঃ}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} (27.69)^2 \text{ বর্গমিঃ}$$

$$= 1992.04 \text{ বর্গমিঃ}$$

$$\text{পাকারাস্তার ক্ষেত্রফল} = 233827 - 1992.04$$

$$= 346.23 \text{ বর্গমিঃ}$$

$$\text{রাস্তাকরতে মোট খরচ হবে} = (346.23 \times 5) \text{ টাকা}$$

$$= 1731.15 \text{ টাকা (উত্তর)}$$

দলীয় কাজ



১. একটি সুষমষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $60\sqrt{3}$ বর্গমি। এরবাহুর সমানবাহুবিশিষ্টসুষমঅষ্টভুজেরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
২. সমানপরিসীমাবিশিষ্টএকটি সুষমষড়ভুজ, একটিসুষমঅষ্টভুজএবংএকটিসুষমদ্বাদশভুজেরক্ষেত্রফলেরঅনুপাতনির্ণয় কর।
৩. একটি কক্ষের সম্মুখভাগেরদৈর্ঘ্য 20মি। এরসামনেসুষমষড়ভুজেরতিনবাহুর আকারেবারান্দা দেয়া হল। বারান্দার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৪. একটি বর্গাকারঘরের দৈর্ঘ্য 40মি। এরসামনেসুষমঅষ্টভুজেরতিনবাহুর আকারেবারান্দা দেয়া হল। বারান্দাসহঘরেরক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একটি বর্গক্ষেত্রেরবাহুরদৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ মিহলে উক্ত বর্গক্ষেত্রেরঅন্তর্লিখিতসুষমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফলনির্ণয় কর।

একক কাজ



- ১। একটি সুসমঅষ্টভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $10\sqrt{3}$ সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সুসমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফল 80 বর্গসেমি। এর বাহুর সমান বাহু বিশিষ্ট সুসমষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $10\sqrt{2}$ মি হলে অন্তর্লিখিত সুসমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সুসমষড়ভুজাকার মাঠের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 50 মি.। এর ভিতরে সবদিকে সমান ঘেঁষে 2 মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করা হলো। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। n বাহুবিশিষ্ট সুষমবহুভুজের বাহু a ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে ক্ষেত্রফলের সূত্রটি লিখ।
- ২। একটি সুষমষড়্ভুজের ক্ষেত্রফল $40\sqrt{3}$ বর্গমি। এর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৩। একটি বর্গের ক্ষেত্রফল 72 বর্গমি। ঐ বর্গের অন্তর্লিখিত সুষমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সুষমষড়্ভুজাকার মাঠের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 14 মি.। এর ভিতরে সবদিকে সমান ঘেঁষে 3 মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করা হলো। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি বর্গাকার ঘরের দৈর্ঘ্য 36 মি.। এর সামনে সুমমষড়ভুজের তিন বাহুর আকারে বারান্দা দেয়া হল। বারান্দার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সুমমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফল 250 বর্গমি.। এর বাহুর সমান বাহু বিশিষ্ট সুমমষড়ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি বর্গের অন্তর্লিখিত সুমমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফল $36(1 + \sqrt{2})$ বর্গমি হলে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৪. একই বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি সুমমষড়ভুজ ও একটি সুমমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।
- ৫। একটি বর্গের ক্ষেত্রফল 3200 বর্গমি.। ঐ বর্গের অন্তর্লিখিত সুমমঅষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৬। একটি সুমমষড়ভুজাকার মাঠের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 40 মি.। এর ভিতরে সবদিকে সমান ঘেঁষে 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করা হলো। প্রতি বর্গমিটার 150 টাকা হিসেবে ঐ রাস্তা মেরামত করতে কত খরচ হবে?

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৪, বৃত্ত, বৃত্তকলা এবং বৃত্তাংশ
(Circles Sectors and Segments)

এই অধ্যায়ের পাঠ শেষে.....

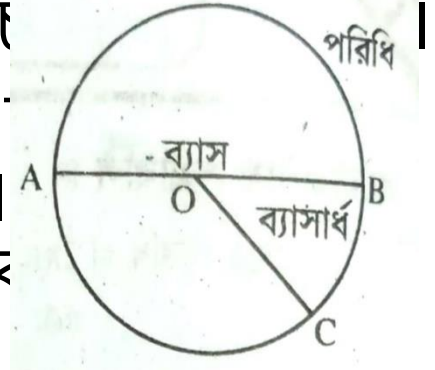
- ১। বৃত্ত, কেন্দ্র, ব্যাসার্ধ, ব্যাস ও পরিধির সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ২। বৃত্তের জ্যা, বৃত্তচাপ, বৃত্তকলা ও বৃত্ত বলয়ের সংজ্ঞা জানতে পারবে।
- ৩। বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবে।

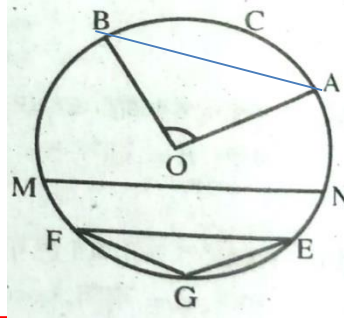
নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



শিখন ফল

- ❖ বৃত্ত : একই সমতলে অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী সকল বিন্দু দ্বারা গঠিত সুসম আবদ্ধ বক্রাকার টি
- ❖ কেন্দ্র : যে বিন্দুকে স্থির নির্দিষ্ট করে অপর বিন্দু সৃষ্টি করে ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুকে বৃত্তের কেন্দ্র বলে।
- ❖ ব্যাসার্ধ : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে পরিধির উপর যে যে বিন্দুর দূরত্বকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে।
- ❖ পরিধি : গতিশীল বিন্দু যে পথের সৃষ্টি করে তাকে বৃত্তের পরিধি বলে।
- ❖ ব্যাস : বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে অতিক্রমকারী রেখাংশের প্রান্তবিন্দুদ্বয় বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত হলে, ঐ রেখাংশকে বৃত্তের ব্যাস বলে। বৃত্তের ব্যাস বৃত্তের ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।





- ❖ বৃত্তের জ্যা : বৃত্তের পরিধির উপর যে কোন দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে বৃত্তের জ্যা বলে। এখানে AB একটি জ্যা।
- ❖ বৃত্তচাপ : বৃত্তের পরিধির যে কোন অংশকে বৃত্ত চাপ বলে। এখানে ACB একটি বৃত্তচাপ।
- ❖ বৃত্তাংশ : বৃত্তের একটি জ্যা ও একটি চাপ দ্বারা গঠিত অঞ্চলকে বৃত্তাংশ বলে। এখানে ACBA একটি বৃত্তাংশ।
- ❖ বৃত্তকলা বা বৃত্তীয় ক্ষেত্র : বৃত্তের দুইটি ব্যাসার্ধ ও একটি চাপ দ্বারা গঠিত অঞ্চলকে বৃত্তকলা বা বৃত্তীয় ক্ষেত্র বলে। এখানে AOB একটি বৃত্তকলা।
- ❖ বৃত্ত বলয় : কোন বৃত্তের দুইটি সমান্তরাল জ্যা এর মধ্যবর্তী অংশকে বৃত্ত বলয় বলে। এখানে MNEF একটি বৃত্ত বলয়।

বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

১। বৃত্তের পরিধিনির্ণয়:

একটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা।

$$\text{অতএব } \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{ব্যাস}} = \text{ধ্রুবক}$$

বৃত্তের পরিধি = ধ্রুবক \times ব্যাস = πd এখানে, ব্যাস = d

বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$

২। বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

$$\text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{বৃত্তের পরিধি} \times \text{ব্যাসার্ধ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

$$= \pi r^2 \text{ বর্গ একক}$$



বৃত্তকলার চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয়:

৩। বৃত্তকলার চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয়:

মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABCD$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক।

বৃত্তের একটি চাপ $BC = l$ একক, বৃত্তের কেন্দ্রে α° কোণ উৎপন্ন করে।

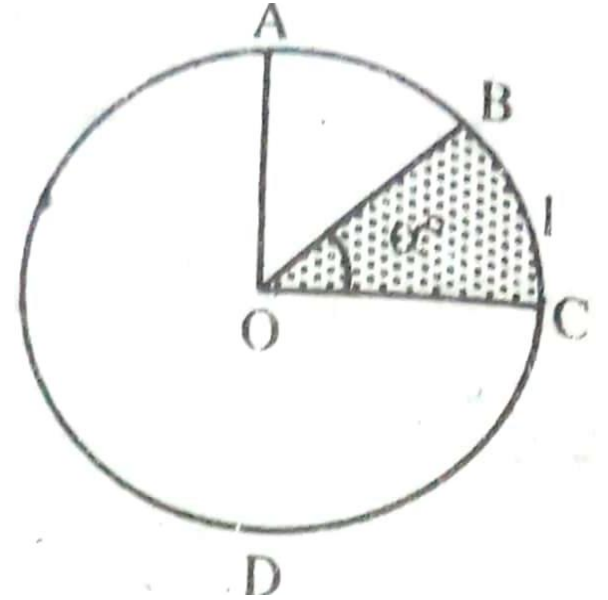
OA , OC এর উপর লম্ব।

$$\text{অতএব } \frac{\text{চাপ } BC}{\text{চাপ } AC} = \frac{\angle BOC}{\angle AOC} = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}$$

$$\text{চাপ } BC = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \text{চাপ } AC$$

$$= \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \frac{2\pi r}{4}$$

$$\text{বৃত্তকলার চাপের দৈর্ঘ্য, } l = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \text{ বর্গ একক}$$



বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

৪। বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক ও বৃত্তের কেন্দ্রে α° কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

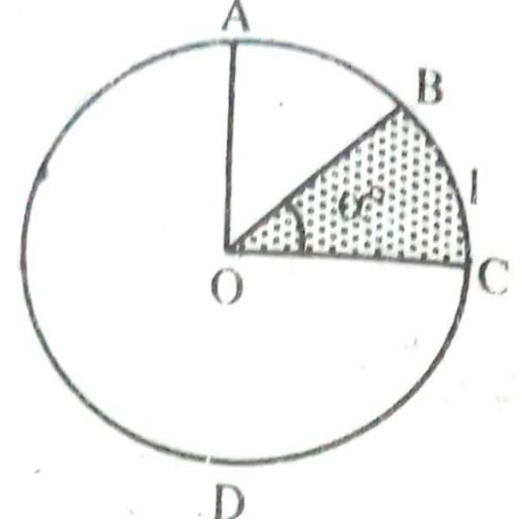
মনেকরি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট $ABCD$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক।
বৃত্তকলা BOC বৃত্তের কেন্দ্রে α° কোণ উৎপন্ন করে।
 OA, OC এর উপর লম্ব।

$$\text{অতএব } \frac{\text{বৃত্তকলা } BOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}$$

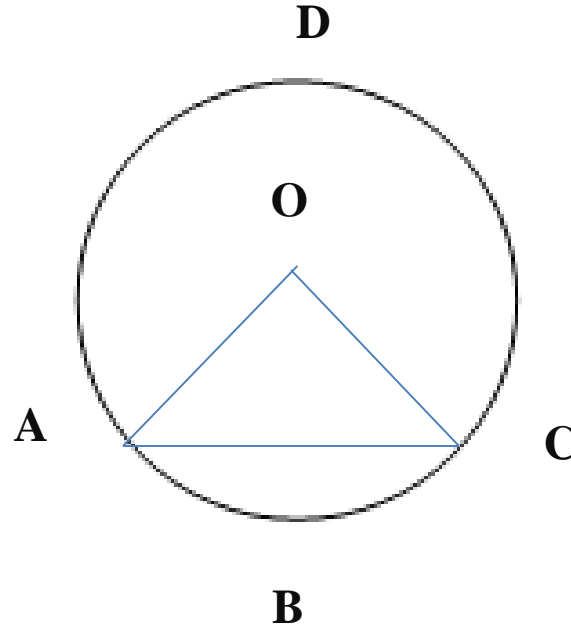
$$\begin{aligned} \text{বৃত্তকলা } BOC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল} \\ &= \frac{\alpha^\circ}{90^\circ} \times \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

৫। বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক ও বৃত্তের চাপের দৈর্ঘ্য l একক হলে

$$\text{বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} lr \text{ বর্গ একক}$$



বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

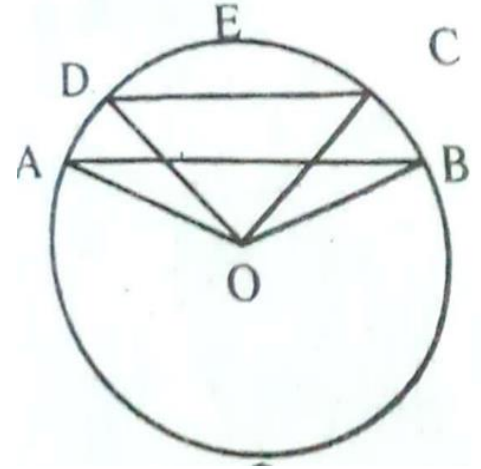


- (ক) উপবৃত্তাংশ ABC এর ক্ষেত্রফল = বৃত্তকলা $OABC$ ক্ষেত্রফল - ΔOAC এর ক্ষেত্রফল
- (খ) অধিবৃত্তাংশ ADC এর ক্ষেত্রফল = বৃত্তকলা $OADC$ ক্ষেত্রফল + ΔOAC এর ক্ষেত্রফল

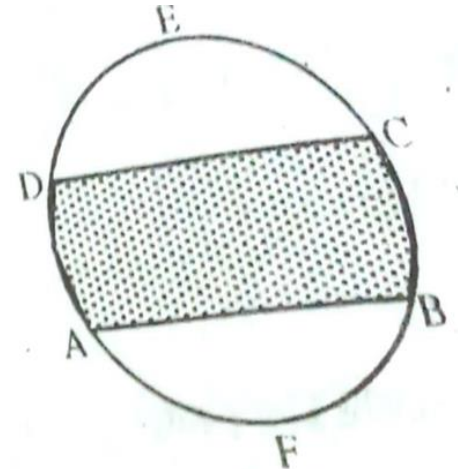
বৃত্তবলয়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয়:

(ক) বৃত্তবলয় ABCD এর ক্ষেত্রফল
= বৃত্তাংশ AEB ক্ষেত্রফল – বৃত্তাংশ CED এর ক্ষেত্রফল
= (বৃত্তকলা OAEB এর ক্ষেত্রফল – ΔOAB এর
ক্ষেত্রফল) – (বৃত্তকলা OCED এর ক্ষেত্রফল – ΔOCD এর
ক্ষেত্রফল)
= (বৃত্তকলা OAEB এর ক্ষেত্রফল – বৃত্তকলা OCED এর
ক্ষেত্রফল) + (ΔOCD এর ক্ষেত্রফল – ΔOAB এর ক্ষেত্রফল)

(খ) বৃত্তবলয় ABCD এর ক্ষেত্রফল
= বৃত্তাংশ AEB এর ক্ষেত্রফল – বৃত্তাংশ CED এর ক্ষেত্রফল



চিত্র-ক



চিত্র-খ

সমস্যা সমাধান

সমস্যা-১। একটিবৃত্তের ক্ষেত্রফল 616 বর্গসেমি। উক্ত
বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r সেমি

$$\text{প্রশ্নমতে, } \pi r^2 = 616$$

$$\text{বা, } r^2 = 616/\pi = 196$$

$$\text{বা, } r = 14$$

এখন বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণ বৃত্তের ব্যাসের সমান।

$$\text{বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য} = (2 \times 14) \text{ সেমি} = 28 \text{ সেমি}$$

$$\text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের গুণফল}$$

$$= \frac{1}{2} \times (28 \times 28) \text{ সেমি} = 392 \text{ বর্গসেমি (Ans)}$$

সমস্যা সমাধান

সমস্যা- ২। একটি ঘুরানো সিঁড়ির ব্যাস 5 মি.। এর খাড়া উচ্চতা 30 মি.। সিঁড়িটির 3 পাক আছে।
। সিঁড়িটির হাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, EG সিঁড়ির এক পাকের উচ্চতা, যার আরাঙ্ক E বিন্দু ও শেষ G বিন্দু।
এখন সিঁড়িটির EG অংশকে EG বরাবর খাড়াভাবে কেটে ABCD আয়তক্ষেত্র পাওয়া যায়।

এখানে $AB =$ সিঁড়ির পরিধি এবং $BC = EG =$ এক পাকের উচ্চতা।

$AB = \pi d = (5 \times \pi)$ মি. = 15.7 মি.। এখানে, ব্যাস = $d = 5$ মি.।

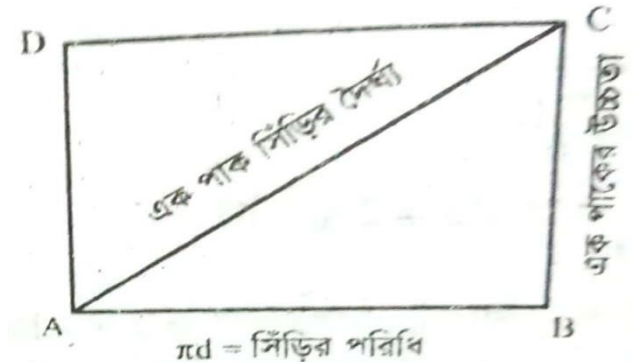
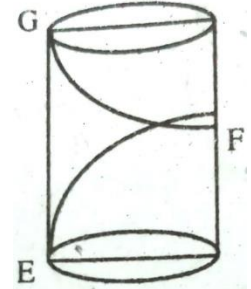
$BC = 30 \div 3 = 10$ মি.।

এখন $AC^2 = AB^2 + BC^2 = (15.7)^2 + (10)^2 = 346.74$

$$AC = 18.62$$

সিঁড়িটির হাতলের দৈর্ঘ্য = 18.62×3

$$= 55.86 \text{ মি.। (Ans)}$$



সমস্যা সমাধান

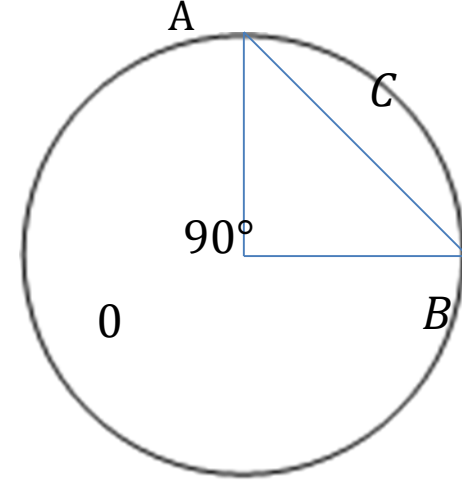
সমস্যা- ৩। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 9 সেমি। বৃত্তকলা কেন্দ্রে 90° কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = OA = OB = 9$ সেমি
 $\angle AOB = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 9^2 \text{ বর্গসেমি} \\ &= 63.62 \text{ বর্গসেমি} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times OA \times OB \text{ বর্গসেমি} \\ &= \frac{1}{2} \times 9 \times 9 \text{ বর্গসেমি} \\ &= 40.50 \text{ বর্গসেমি} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বৃত্তাংশ } ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \text{বৃত্তকলা } AOB \text{ ক্ষেত্রফল} - \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} \\ &= (63.62 - 40.50) \text{ বর্গসেমি} \\ &= 23.12 \text{ বর্গসেমি (Ans)} \end{aligned}$$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা-৪: একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 14মি। এর চারটি কৌণিক বিন্দুতে চারটি বৃত্ত এমনভাবে অংকন করা হল যে, প্রতিটি বৃত্ত অপর দু'টি বৃত্তকে স্পর্শ করে। বৃত্ত চারটির মধ্যবর্তী সাধারণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

$$\text{প্রতিটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = 14/2 \text{ মি} = 7 \text{ মি}$$

$$\text{বর্গের ক্ষেত্রফল} = (14)^2 \text{ বর্গমি.} = 196 \text{ বর্গমি.}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রতিটি বৃত্তের এক চতুর্থাংশের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{4} \times \pi r^2 = \frac{1}{4} \times \pi \times \\ &= 38.5 \text{ বর্গমি.} \end{aligned}$$

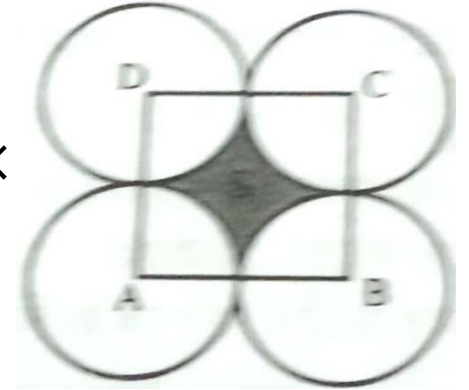
বৃত্ত চারটির মধ্যবর্তী সাধারণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \text{বর্গের ক্ষেত্রফল} - 4 \times \text{একটি বৃত্তের এক চতুর্থাংশের ক্ষেত্রফল}$$

$$= (196 - 4 \times 38.5) \text{ বর্গমি.}$$

$$= (196 - 154) \text{ বর্গমি.}$$

$$= 42 \text{ বর্গমি. (উত্তর)}$$



দলীয় কাজ

১।

একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ভিতরের পরিধি অপেক্ষা বাইরের পরিধি 44 মি বড়। রাস্তাটির বিস্তার নির্ণয় কর।

২। একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস 28 সেমি এবং পিছনের চাকার ব্যাস 35 সেমি। 88 মি. পথ যেতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা কতবার বেশি ঘুরবে?

৩। একটি

বৃত্তের ব্যাস $5\sqrt{2}$ সেমি। এর অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্রের অন্তর্লিখিত বৃত্তের ক্ষেত্রফলে রপার্থক্য নির্ণয় কর।

৪। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 6 সেমি। বৃত্তকলা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করলে বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫। একটি ঘুরানো সিঁড়ির ব্যাস 6 মি.। এর খাড়া উচ্চতা 40 মি.। সিঁড়িটির 5 পাক আছে। সিঁড়িটির হাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

একক কাজ

১। বৃত্তের পরিধি 44 সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল কত?

২। একটি গাড়ির সামনের ওপিছনের চাকার ব্যাসের পার্থক্য 7 সেমি। 176 মি. পথ যেতে সামনের চাকা অপেক্ষা পিছনের চাকা 40 বার বেশি ঘুরে। চাকা দুয়ের ব্যাস বের কর।

৩। একটি বর্গের বাহু 82 সেমি। বর্গ ও বর্গের অন্তর্লিখিত বৃত্ত উভয়ের মধ্যের ফাঁকা অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪। একটি বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল 5 হেক্টর। উক্ত মাঠের ভিতর দিয়ে সীমানা ঘেঁষে একটি পথ আছে।

যদি পথের ক্ষেত্রফল মাঠের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{10}$ অংশ হয়, তবে পথের বিস্তার নির্ণয় কর।

মূল্যায়ন

- ১। বৃত্তের ক্ষেত্রফল 154 বর্গসেমি হলে এর ব্যাস কত?
- ২। একটি ঘুরানো সিঁড়ির ব্যাস 6 মি.। এর খাড়া উচ্চতা 40মি। সিঁড়িটির 5 পাক আছে। সিঁড়িটির হাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৩। একটি বর্গের বাহু 42সেমি। বর্গ ও বর্গের অন্তর্লিখিত বৃত্ত উভয়ের মধ্যের ফাঁকা অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। 6সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিস্থভাবে স্পর্শ করে। এদের মধ্যবর্তী ফাঁকা অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

১। একটি বৃত্তাকার রিং এর ক্ষেত্রফল 1320 বর্গসেমি এর ভিতরের ব্যাস 16 সেমি হলে বাইরের বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

২। একটি বৃত্তাকার রিং এর ভিতরের ও বাইরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 21 সেমি এবং 28 সেমি হলে বৃত্তাকার রিং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩। একটি

বৃত্তের ব্যাসার্ধ $7\sqrt{2}$ মি। এর অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্র এবং বর্গক্ষেত্রের অন্তর্লিখিত বৃত্তের ক্ষেত্রফলের পার্থক্য নির্ণয় কর।

৪। একটি ঘুরানো সিঁড়ির ব্যাস 2 মি। এর খাড়া উচ্চতা 10 মি। সিঁড়িটির 5 পাক আছে। সিঁড়িটির হাতলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৫। একটি বৃত্তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল 9 এয়র।

উক্ত বাগানের ভিতর দিয়ে সীমানা ঘেঁষে একটি পাক রাস্তা আছে।

যদি রাস্তার ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{3}$ অংশ হয়, তবে রাস্তার প্রস্থ নির্ণয় কর। [

1 এয়র = 100 বর্গমিটার]

৬। 7 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিস্থভাবে স্পর্শ করে।

পাঠ পরিচিতি

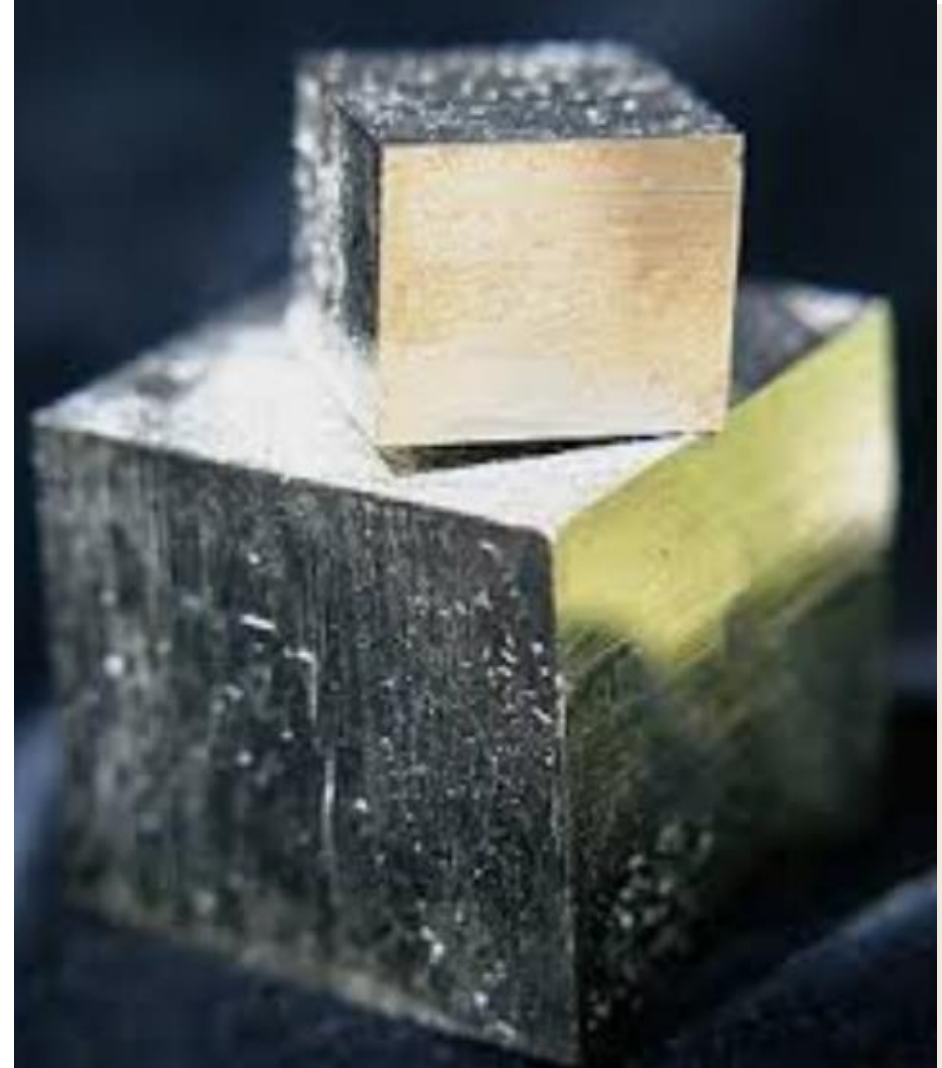
বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৫, আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনক
(Rectangular Solids and Cubes)

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর

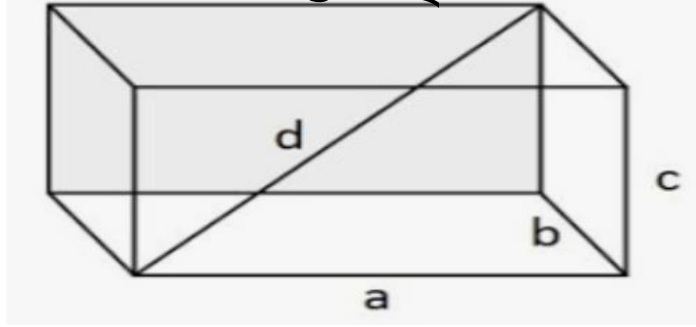


এই অধ্যায়ের পাঠ শেষে.....

- ১। আয়তাকার ঘনবস্তুর সংজ্ঞা কী জানতে পারবে।
- ২। ঘনকের সংজ্ঞা কী জানতে করতে পারবে।
- ৩। আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা জানতে পারবে।
- ৪। আয়তাকার ঘনবস্তু ও ঘনকের আয়তন নির্ণয় করা জানতে পারবে।

আয়তাকার ঘনবস্তুর

আয়তাকার ঘনবস্তু: যে বহুতলক পরস্পর লম্ব ছয়টি আয়তাকার তল দ্বারা গঠিত তাকে আয়তাকার ঘনবস্তু বলে। আয়তাকার তলগুলোকে আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতল বলে।



আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতায়থাক্রমে a, b, c হলে

১। আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা

$$= abc \text{ ঘনএকক}$$

২। আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

৩। আয়তাকার ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল = $2(ab + bc + ca)$ বর্গএকক

ঘনক

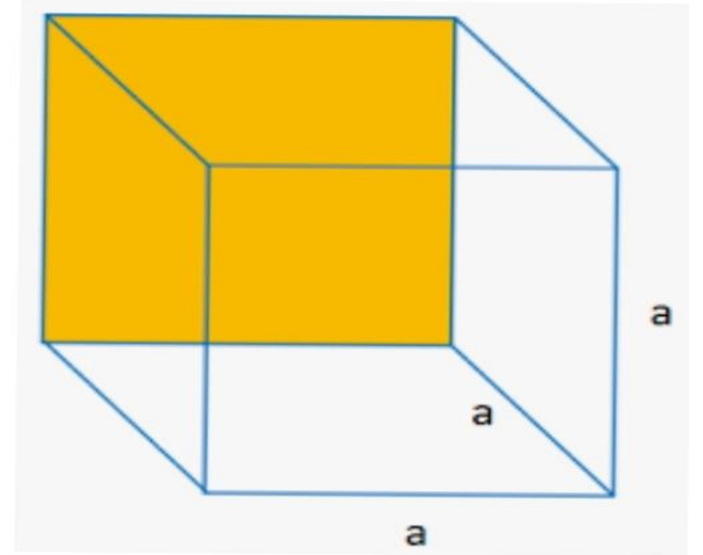
ঘনক : পরস্পর লম্ব ছয়টি বর্গাকার সর্বসম তল দ্বারা যে বহুতলক গঠিত তাকে ঘনক বলে। বর্গাকার তলগুলোকে ঘনকের পৃষ্ঠতল বলে।

ঘনকের ধারবাহাঙ্ক a হলে

১। ঘনকের আয়তন $= a^3$ ঘনএকক

২। ঘনকের কর্ণ $= a\sqrt{3}$ একক

৩। ঘনকের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গএকক



সমস্যা সমাধান

সমস্যা-১। আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাক্রমে 9সেমি, 6 সেমি এবং 2 সেমি হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান : এখানে, $a = 9$, $b = 6$, $c = 2$

$$\begin{aligned}\text{আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ} &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{9^2 + 6^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{121} \\ &= 11 \text{ সেমি}\end{aligned}$$

সমস্যা-২। একটি ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 5সেমি হলে এর আয়তন মোট ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5$ সেমি

$$\text{ঘনকের আয়তন} = a^3 = 5^3 \text{ ঘনসেমি} = 125 \text{ ঘনসেমি}$$

$$\begin{aligned}\text{ঘনকের ক্ষেত্রফল} &= 6a^2 \text{ বর্গসেমি} = 6 \times 5^2 \text{ বর্গসেমি} \\ &= 150 \text{ বর্গসেমি}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ঘনকের কর্ণ} &= a\sqrt{3} \text{ সেমি} \\ &= 5 \times \sqrt{3} \text{ সেমি} = 5\sqrt{3} \text{ সেমি}\end{aligned}$$

সমস্যা সমাধান

সমস্যা-৩। আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য ৪৭সেমি। ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা অনুপাত ২১:১৬:১২ হলে সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

গমাধান: ধরি, আয়তাকারঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 21x$, প্রস্থ $b = 16x$ ও উচ্চতা $c = 12x$

$$\begin{aligned} \text{আয়তাকারঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য, } d &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \sqrt{(21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2} \\ &= \sqrt{441x^2 + 256x^2 + 144x^2} \\ &= \sqrt{841x^2} \\ &= 29x \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 29x = 87$$

$$\text{বা, } x = 3$$

$$\text{দৈর্ঘ্য } a = 21 \times 3 = 63 \text{ সেমি, প্রস্থ } b = 16 \times 3 = 48 \text{ সেমি}$$

$$\text{ও উচ্চতা } c = 12 \times 3 = 36 \text{ সেমি}$$

$$\begin{aligned} \text{আয়তাকারঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} &= 2(ab + bc + ca) \\ &= 2\{(63 \times 48) + (48 \times 36) + (36 \times 63)\} \\ &= 14040 \text{ বর্গ সেমি} \end{aligned}$$

$$\text{আয়তাকারঘনবস্তুর আয়তন} = abc = 63 \times 48 \times 36$$

$$= 108864 \text{ ঘনসেমি}$$

দলীয় কাজ

- ১। আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $16\sqrt{3}$ সেমি। ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতানুপাত $5:4:3$ হলে সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। আয়তাকার ঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 2350 বর্গসেমি। ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতানুপাত $5:4:3$ হলে এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতানির্ণয় কর।
- ৩। একটি ঘনকের আয়তন 125 ঘনসেমি হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য, মোট ক্ষেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৪। একটি আয়তাকার বাক্সের বাহিরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 সেমি, 8 সেমি, 6 সেমি এবং এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 208 বর্গসেমি। এর সবগুলো দেওয়ালের বেধ সর্বত্র সমান হলে, তার বেধ নির্ণয় কর।

একক কাজ

- ১। আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 5মি,3 মি এবং 2 মি হলে এর আয়তন ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি ঘনকের আয়তন 216ঘনসেমি হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য, মোট ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 5 সেমি, 4 সেমি,3 সেমি। এদের মিশ্রণে একটি নতুন ঘনকের ধার ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৪। ঢাকনাসহ একটি কাঠের বাক্সের বহির্ভাগের দৈর্ঘ্য,প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে12সেমি,10 সেমি,8 সেমি এবং এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 376 বর্গসেমি। বাক্সটির কাঠের পুরত্ব নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 6সেমি হলে এর মোট ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 72 বর্গসেমি হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৩। আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন 1152 ঘনসেমি। ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা অনুপাত যথাক্রমে 12:4:3 হলে এর মাত্রাসমূহ ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 5 সেমি, 4 সেমি, 3 সেমি। এদের মিশ্রণে একটি নতুন ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। আয়তাকার ঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 4700 বর্গসেমি। ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতানুপাত 5:4:3 হলে এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য $7\sqrt{3}$ সেমি হলে এর আয়তন ও মোট ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। ঢাকনাসহ একটি বাক্সের বহির্ভাগের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 10 সেমি, 9 সেমি, 7 সেমি এবং এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 262 বর্গসেমি। বাক্সটির বেধ নির্ণয় কর।
- ৪। একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 48 বর্গসেমি এর উচ্চতা 3 সেমি এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 13 সেমি। আয়তাকার ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন 648 ঘনসেমি। ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতানুপাত যথাক্রমে 4:3:2 হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৬, প্রিজম ও সিলিন্ডার-এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ,
আয়তন সম্পর্কে ধারণা ।

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি

শেষে -

- ❖ প্রিজম কাকে বলে তা বলতে পারা যাবে।
- ❖ প্রিজমের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- ❖ প্রিজমের আয়তন এর সূত্র জানা যাবে।
- সিলিন্ডার কি তা বলতে পারা যাবে।
- সিলিন্ডারের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- সিলিন্ডারের আয়তন এর সূত্র জানা যাবে।

প্রিজম

প্রিজম: যেকোনো তলের ভূমিতল ও উপরিতল দুইটি পরস্পর সমান্তরাল ও সর্বসমবহুভুজ এবং পার্শ্বতলগুলো সামান্তরিকতাকে প্রিজম বলে।

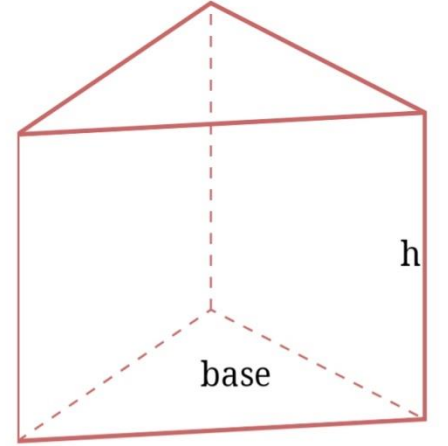
প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল = A

উচ্চতা = h এবং পরিসীমা = p হলে

১। প্রিজমের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল = ph

২। প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = $ph + 2A$

৩। প্রিজমের আয়তন = ভূমির \times ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা = $A \times h$



সিলিন্ডার

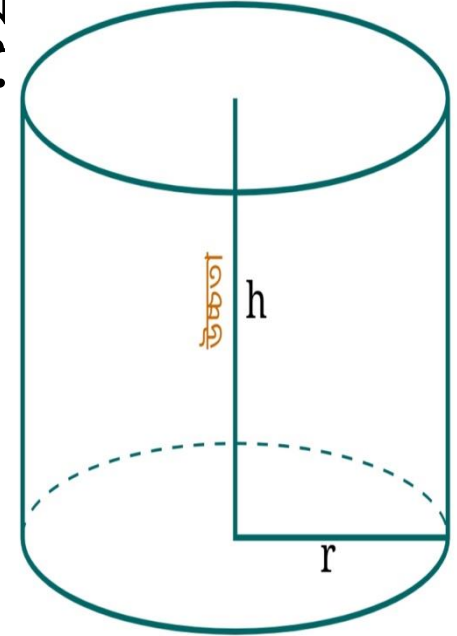
সিলিন্ডার: যে ঘনবস্তুর ভূমি তল দুইটি পরস্পর সমান্তরাল ও সর্বসম দুইটি বৃত্ত এবং যার আবদ্ধ বক্রতল বিশিষ্ট গাত্র (body) এমন সকল বিন্দু দিয়ে গঠিত যে সকল বিন্দু একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ থেকে সমদূরবর্তী। সমদূরবর্তী বলতে বুঝায় একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ হতে ঐ সকল বিন্দুর দূরত্ব একটি ধ্রুবক। নির্দিষ্ট রেখাংশ হলো ভূমি তল বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ। এই রেখাংশ সিলিন্ডারের অক্ষ-রেখা বলে। আর অক্ষ-রেখার ঐ সিলিন্ডারের উচ্চতা বলে।

সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ = r এবং উচ্চতা = h হলে

১। সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$

২। সিলিন্ডারের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(r + h)$

৩। সিলিন্ডারের আয়তন = $\pi r^2 h$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা -১: একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 17 সেমি, 10 সেমি, 9 সেমি এবং উচ্চতা 10 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $a = 17$ সেমি, $b = 10$ সেমি, $c = 9$ সেমি

$$\text{প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা } p = 2s = 17 + 10 + 9 = 36 \text{ সেমি}$$
$$s = 18 \text{ সেমি}$$

$$\text{প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল } A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$= \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)}$$
$$= 36 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\text{প্রিজমের উচ্চতা } h = 10 \text{ সেমি}$$

$$\text{প্রিজমের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল} = ph = 36 \times 10 = 360 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\text{প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} = ph + 2A = 360 + 2 \times 36 = 432 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\text{প্রিজমের আয়তন} = A \times h = 36 \times 10 = 360 \text{ ঘনসেমি}$$

সমস্যা -২: একটি সমপ্রিজমের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতি ভূমির সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 9 সেমি এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য 15 সেমি। প্রিজমটির উচ্চতা 10 সেমি হলে এর আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে,

প্রিজমের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতি ভূমির সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 9$ সেমি
এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $c = 15$ সেমি।

প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা $p = 9 + 9 + 15 = 33$ সেমি

$$\begin{aligned} \text{প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল } A &= \frac{c}{4} \sqrt{4a^2 - c^2} \\ &= \frac{15}{4} \sqrt{4 \times 9^2 - (15)^2} \end{aligned}$$

$$= 37.31 \text{ বর্গসেমি}$$

প্রিজমের উচ্চতা $h = 10$ সেমি

$$\text{প্রিজমের আয়তন} = A \times h = 37.31 \times 10 = 373.1 \text{ ঘনসেমি}$$

$$\text{প্রিজমের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল} = ph = 33 \times 10 = 330 \text{ বর্গসেমি}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল} &= ph + 2A = 330 + 2 \times 37.31 \\ &= 404.62 \text{ বর্গসেমি} \end{aligned}$$

সমস্যা সমাধান

সমস্যা -৩: একটি সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গসেমি এবং এর আয়তন 150 ঘনসেমি হলে সিলিন্ডারের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডারের উচ্চতা = h ও ভূমির ব্যাসার্ধ = r

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল, $2\pi rh = 100 \dots (i)$

সিলিন্ডারের আয়তন, $\pi r^2 h = 150 \dots (ii)$

$$(ii) \text{ নং কে } (i) \text{ নং দ্বারা ভাগ করে, } \frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{150}{100}$$

$$\text{বা, } r = 3$$

r এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $2\pi \times 3 \times h = 100$

$$\text{বা, } h = 5.3$$

সিলিন্ডারের উচ্চতা = 5.3 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ = 3 সেমি.

সমস্যা-৪: ২৫সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল ২২০০ বর্গসেমি। এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডারটিরভূমিরব্যাসার্ধ $=r$

ও এর উচ্চতা, $h = 25$ সেমি

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r h$

প্রশ্নমতে, $2\pi r h = 2200$

বা, $2\pi r \times 25 = 2200$

বা, $r = 2200/50\pi$

বা, $r = 14$ সেমি

সিলিন্ডারটির সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$

$$= 2\pi \times 14 \times (14 + 25)$$

$= 3432$ বর্গসেমি

সিলিন্ডারটির আয়তন $= \pi r^2 h$

$$= \pi \times (14)^2 \times 25$$

$= 15400$ ঘনসেমি

দলীয় কাজ

- ১। একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 সেমি, 14 সেমি, 15 সেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 সেমি, 20 সেমি, 21 সেমি এবং উচ্চতা 9 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 14 সেমি এর উচ্চতা 16 সেমি হলে প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৪। 16 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ 7 সেমি। এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৫। একটি কুয়ার গভীরতা 14মিটার এবং এর ব্যাস 28মিটার। প্রতিঘনমিটার 5টাকা হিসাবে উক্ত কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?

একক কাজ

- ১। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সেমি এর উচ্চতা 24 সেমি হলে প্রিজমটির আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ২। একটি সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 660 বর্গসেমি এবং এর আয়তন 1980 ঘনসেমি হলে সিলিন্ডারের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি এর উচ্চতা 6সেমি হলে প্রিজমটির সম্পূর্ণ পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৪। 12 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাস 7 সেমি। এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। একটি প্রিজমের আয়তন 128 ঘনমি এবং উচ্চতা 400 সেমি হলে এর ভূমির ক্ষেত্রফল কত?
- ২। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি এর উচ্চতা 6 সেমি হলে প্রিজমটির আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 3300বর্গসেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 21মি এর আয়তন ও উচ্চতা নির্ণয় কর।
- ৪। দু'প্রান্ত খোলা একটি ফাঁপা সিলিন্ডারের আয়তন 1056 ঘনসেমি। এর দৈর্ঘ্য 7 সেমি এবং বাহিরের ব্যাস 14 সেমি হলে এর পুরত্ব নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি এবং অপর বাহুটি 16 সেমি। প্রিজমটির উচ্চতা 12 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 সেমি, 15 সেমি, 17 সেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সিলিন্ডারের ব্যাস 7 সেমি হলে এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি সমপ্রিজমের যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি এর উচ্চতা 6 সেমি হলে প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৫। একটি কুয়ার গভীরতা 14মিটার এবং এর ব্যাস 7মিটার। প্রতিঘনমিটার 10টাকা হিসাবে উক্ত কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?
- ৬। একটি সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 2000বর্গমি এবং এর ভূমির ব্যাস 40 ঘনমি হলে সিলিন্ডারের উচ্চতা ও আয়তন নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

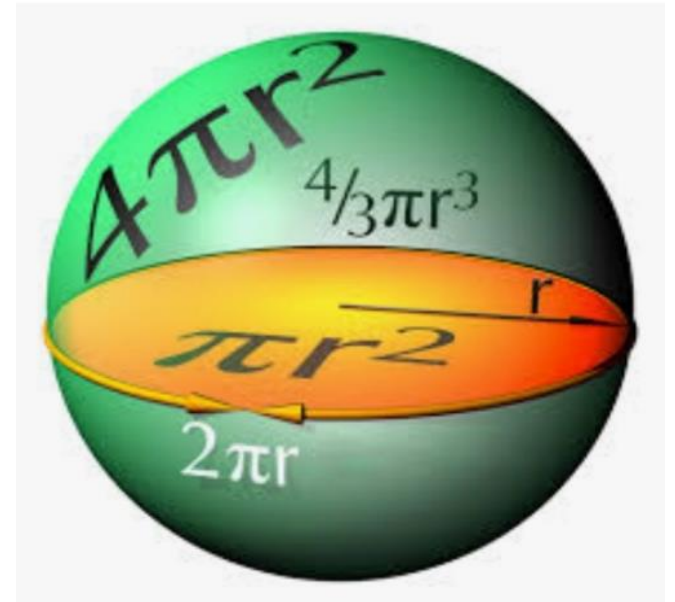
বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : পরিমিতি

অধ্যায়-৭, পিরামিড,কোণক ও গোলকের-এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ,
আয়তন সম্পর্কে ধারণা ।

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই টিউটোরিয়ালটি শেষে –

- পিরামিড কাকে বলে তা বলতে পারা যাবে।
- পিরামিডের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- পিরামিডের আয়তন এর সূত্র জানা যাবে।
- ❖ কোণক কী তা বলতে পারা যাবে।
- ❖ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- ❖ কোণকের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।
- ❖ কোণকের আয়তনের এর সূত্র জানা যাবে।
- গোলক কী তা বলতে পারা যাবে।
- গোলকের ক্ষেত্রফল এর সূত্র জানা যাবে।

পিরামিড

পিরামিড:

যেবহুতলকেরভূমিএকটিবহুভুজএবংত্রিভুজাকৃতিপার্শ্বতলগুলোঅন্যআরেকটিতলেরএকটিসাধারণনির্দিষ্টবিন্দুতেমিলিতহয়তাকেপিরামিডবলে।

সাধারণনির্দিষ্টবিন্দুটিকেপিরামিডেরশীর্ষবলে।

পার্শ্বতলগুলোকমপক্ষেতিনটিবাতারবেশিহয়।

পিরামিডেরভূমিরক্ষেত্রফল= A , উচ্চতা= h , হেলানো তলেউচ্চতা= l এবংপরিসীমা= p

১। পিরামিডেরপার্শ্বতলেরক্ষেত্রফল= $\frac{1}{2}pl$

২। পিরামিডেরসমগ্রতলেরক্ষেত্রফল= $\frac{1}{2}pl + A$

৩। পিরামিডেরআয়তন= $\frac{1}{3} \times$ ভূমির \times ক্ষেত্রফলউচ্চতা= $\frac{1}{3} \times A \times h$

কোণক

কোণক : কোন নির্দিষ্ট বিন্দুগামী একটি সরল রেখা এর সাথে সমতলীয় নয় এরূপ একটি নির্দিষ্ট বক্র রেখার উপর অবিরাম গরিয়ে পড়লে রেখার গতিপথ দ্বারা উৎপন্ন ঘন বস্তুকে কোণক বলে।

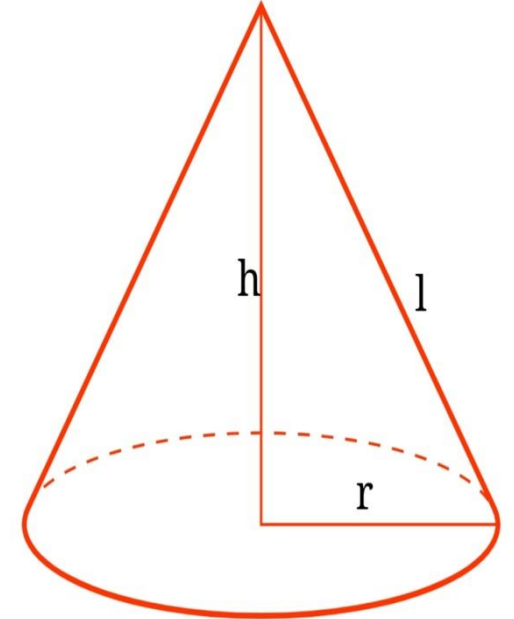
কোণকের হেলানো তলে উচ্চতা $= l$, ব্যাসার্ধ $= r$ এবং উচ্চতা $= h$ হলে

১। $l^2 = h^2 + r^2$

২। কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r l$

৩। কোণকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r (r + l)$

৪। কোণকের আয়তন $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$



গোলক

গোলক:

একটি বৃত্তের ব্যাসকে স্থির রেখে বৃত্তটিকে এর ব্যাসের চারদিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে গোলক বলে। অন্যভাবে বললে,

ত্রিমাত্রিক জ্যামিতিতে গোলক হলো কতকগুলো বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত এমন একটি সুষম গোলাকার মসৃণ ঘনবস্তু যে বিন্দুগুলো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী। সমদূরবর্তী বলতে বুঝানো হয়েছে,

একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে সকল বিন্দুর দূরত্ব একটি ধ্রুবক।

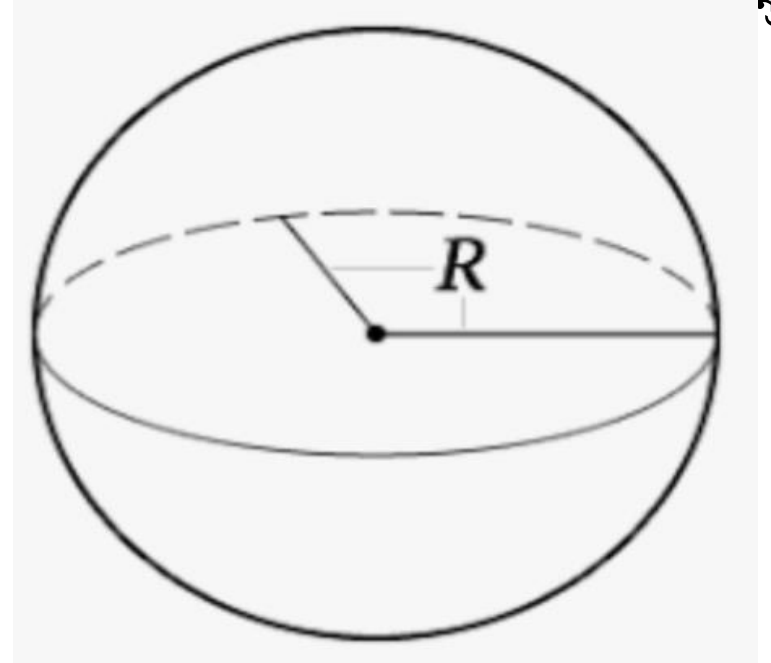
নির্দিষ্ট বিন্দুটি হলো গোলকের কেন্দ্র।

আর ধ্রুবক দূরত্বকে বলা হয় গোলকের ব্যাসার্ধ।

গোলকের ব্যাসার্ধ $= R$ হলে

গোলকের ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2$

গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi R^3$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা-১। একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৪সেমি, ১৫সেমি, ১৭সেমি এবং উচ্চতা ১০ সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান: পিরামিডের ভূমির পরিসীমা $p = 2s = 8 + 15 + 17 = 40$ সেমি

$$s = 20 \text{ সেমি}$$

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{20(20-8)(20-15)(20-17)}$$

$= 60$ বর্গসেমি

প্রিজমের উচ্চতা $h = 10$ সেমি

$$\text{পিরামিডের আয়তন} = \frac{1}{3} \times A \times h = \frac{1}{3} \times 60 \times 10 = 360 \text{ ঘনসেমি (ans.)}$$

সমস্যা সমাধান

সমস্যা -২। 6 সেমি, 8 সেমি, 10 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি গোলকের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের ব্যাসার্ধ, পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের ও আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান : ধরি, 6 সেমি, 8 সেমি, 10 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি গোলকের আয়তন যথাক্রমে v_1, v_2, v_3 এবং এদের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের আয়তন = V ও ব্যাসার্ধ = R

$$v_1 = \frac{4}{3}\pi(6)^3, v_2 = \frac{4}{3}\pi(8)^3, v_3 = \frac{4}{3}\pi(10)^3 \text{ এবং } V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

প্রশ্নমতে, $V = v_1 + v_2 + v_3$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3 + \frac{4}{3}\pi(10)^3$$

$$R^3 = (6)^3 + (8)^3 + (10)^3 = 1728 = (12)^3$$

$$R = 12$$

নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ, $R = 12$ সেমি (ans.)

নতুন গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi R^2 = 4\pi(12)^2 = 1810.29$ বর্গসেমি (ans.)

নতুন গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(12)^3 = 7238.25$ ঘনসেমি (ans.)

সমস্যা -৩ । একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের হেলানো উচ্চতা 10 সেমি এবং ভূমির পরিসীমা 22 সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

সমাধান: ধরি, কোণের হেলানো উচ্চতা = l , ভূমির ব্যাসার্ধ = r এবং উচ্চতা = h সেমি

প্রশ্নমতে, $l = 10$, $2\pi r = 22$ বা, $r = 3.5$

আমরা জানি, $h^2 + r^2 = l^2$

বা, $h^2 = l^2 - r^2$

বা, $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 3.5^2} = 9.37$ সেমি (ans.)

কোণের আয়তন = $\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 3.5^2 \times 9.37 = 120.24$ ঘনসেমি

কোণের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $\pi r(r + l)$

$$= \pi \times 3.5(3.5 + 10)$$

$$= 148.5 \text{ বর্গসেমি (ans.)}$$

সমস্যা -8: একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার ও একটি সমবৃত্তভূমিক কোণক উভয়ের উচ্চতা একই ভূমির উপর অবস্থিত। তাদের বক্রতলের অনুপাত 4:3 হলে দেখাও যে, ভূমির ব্যাসার্ধ $\frac{\sqrt{5}}{2}h$ হবে।

সমাধান: ধরি, সিলিন্ডার ও কোণকের উচ্চতা = h , ভূমির ব্যাসার্ধ = r এবং হেলানো উচ্চতা = l

আমরা জানি, $l^2 = h^2 + r^2$

প্রশ্নমতে, $2\pi rh : \pi rl = 4 : 3$

$$\text{বা, } \frac{2\pi rh}{\pi rl} = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{l} = \frac{2}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{h^2}{l^2} = \frac{4}{9}$$

$$\text{বা, } 4l^2 = 9h^2$$

$$\text{বা, } 4(h^2 + r^2) = 9h^2$$

$$\text{বা, } 4h^2 + 4r^2 = 9h^2$$

$$\text{বা, } 4r^2 = 5h^2$$

$$\text{বা, } r^2 = \frac{5h^2}{4}$$

$$\text{বা, } r = \frac{\sqrt{5}}{2}h \text{ (Showed)}$$

সমস্যা -৫: 6সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি ঘন গোলককে গলিয়ে নলে পরিণত করা হল।
নলটির দৈর্ঘ্য 4 সেমি ও বাইরের ব্যাস 10সেমি হলে এর বেধ নির্ণয় কর।

সমাধান: ধরি, নলটির ভিতরের ব্যাসার্ধ = r সেমি

বাইরের ব্যাসার্ধ = $R = \frac{10}{2} = 5$ এবং দৈর্ঘ্য $l = 4$ সেমি

নলটির আয়তন, = $\pi(R^2 - r^2)l$

$$= \pi(5^2 - r^2) \times 4 = 4\pi(25 - r^2) \text{ ঘনসেমি}$$

গোলকটির ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{6}{2} = 3$ সেমি

গোলকটির আয়তন = $\frac{4\pi}{3} r_1^3 = \frac{4\pi}{3} \times 3^3 = 36\pi$ ঘনসেমি

প্রশ্নমতে, $4\pi(25 - r^2) = 36\pi$

$$\text{বা, } 25 - r^2 = 9$$

$$\text{বা, } r^2 = 16$$

$$\text{বা, } r = 4$$

নলটির বেধ = $R - r = 5 - 4 = 1$ সেমি (উত্তর)

দলীয় কাজ

- ১। একটি সমপিরামিড 18 সেমি দৈর্ঘ্য ও 12 সেমি প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত। এর দীর্ঘতম বাহুর দিকে হেলানো উচ্চতা 15 সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের হেলানো উচ্চতা 24 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সেমি হলে সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের হেলানো উচ্চতা 25 সেমি এবং ভূমির পরিসীমা 22 সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৪। 6 সেমি, 8 সেমি, 10 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট তিনটি গোলকের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের ব্যাসার্ধ, পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৫। 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট সিলিন্ডার আকারের একটি নিরেট দণ্ডে পরিণত করা হল। দণ্ডের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

একক কাজ

- ১। একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল 150 বর্গমি এবং উচ্চতা 10 মি হলে এর আয়তন কত?
- ২। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের ব্যাস 7 সেমি এবং হেলানো উচ্চতা 10 সেমি হলে এর পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফলের কত?
- ৩। একই উচ্চাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার ও একটি সমবৃত্তভূমিক কোণ সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত। যদি এদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 8:5 হয়, তবে দেখাও যে ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতার অনুপাত 3:4
- ৪। 6সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি ঘন গোলককে গলিয়ে একটি নলে পরিণত করা হল। নলটির দৈর্ঘ্য 12 সেমি ও বাইরের ব্যাসার্ধ 7সেমি হলে এর বেধ নির্ণয় কর।

পাঠ মূল্যায়ন

- ১। ৪ সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের কত?
- ২। একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৪ সেমি, ১৫ সেমি, ১৭ সেমি এবং উচ্চতা ১২ সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। ১৫সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের ভূমির ব্যাসার্ধ ৪ সেমি হলে এর আয়তন ও পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফলের নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের উচ্চতা ১২ সেমি এবং পরিধি ৩৩ সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাড়ির কাজ

- ১। একটি ত্রিভুজাকৃতি পিরামিডের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 মি, 10মি, 12মি এবং উচ্চতা 12সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর।
- ২। একটি সমপিরামিড 12সেমি দৈর্ঘ্য ও 9সেমি প্রস্থ বিশিষ্ট একটি আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত। ক্ষুদ্রতম বাহুর পার্শ্বতল হতে হেলানো উচ্চতা 10সেমি হলে পিরামিডের আয়তন নির্ণয় কর।
- ৩। 6সেমি, 8সেমি, 10সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি গোলকের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের ও আয়তন নির্ণয় কর।
- ৪। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের উচ্চতা 24সেমি এবং ভূমির পরিসীমা 44সেমি হলে আয়তন ও সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- ৫। একই উচ্চতা বিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডার ও একটি সমবৃত্তভূমিক কোণসমানসমান ভূমির উপর অবস্থিত। যদি এদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4:3 হয়, তবে দেখাও যে ভূমির ব্যাসার্ধ ও উচ্চতার অনুপাত $\sqrt{5}:2$
- ৬। 12সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি ঘনগোলককে গলিয়ে নলে পরিণত করা হল। নলটির দৈর্ঘ্য 12 সেমি ও বাইরের ব্যাসার্ধ 7সেমি হলে এর বেধ নির্ণয় কর।
- ৭। 66 সেমি পরিধি বিশিষ্ট একটি গোলককে সিলিন্ডার আকার বিশিষ্ট একটি বাক্সে ঠিক পুরো পুরিখাপ খায়। বাক্সের খালি স্থানের আয়তন নির্ণয় কর।

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : জ্যামিতি

অধ্যায়-৮, বিন্দুর স্থানাংক

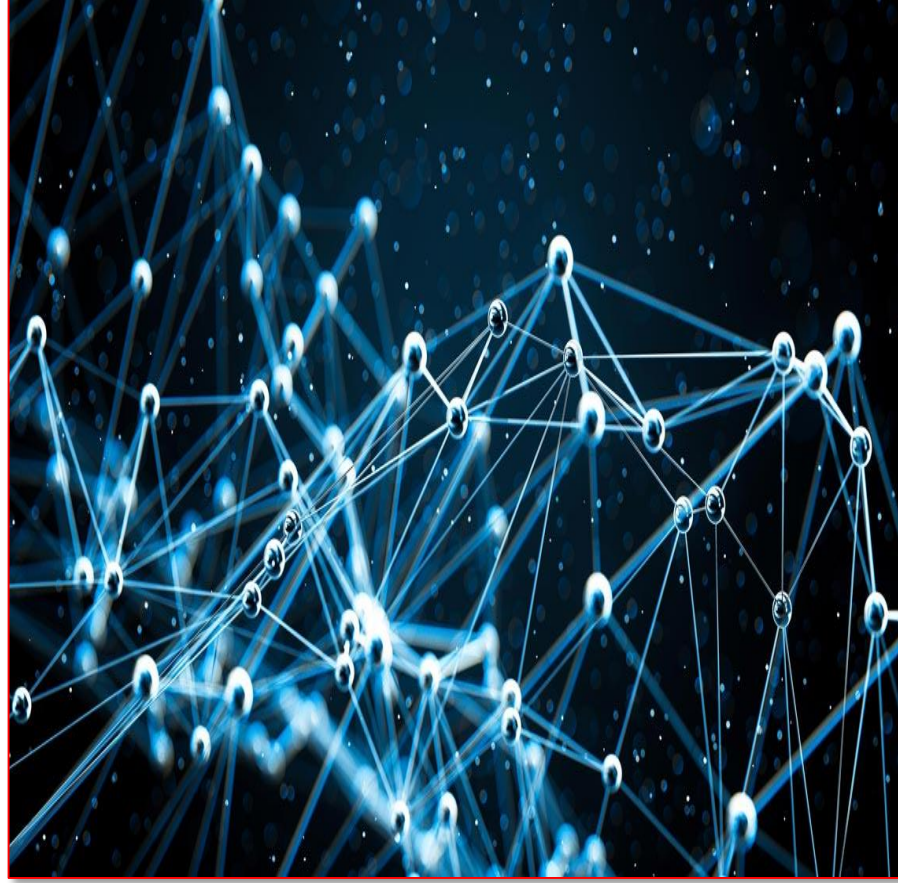
(Co-ordinate of points)

সময়: ৪৫মি:

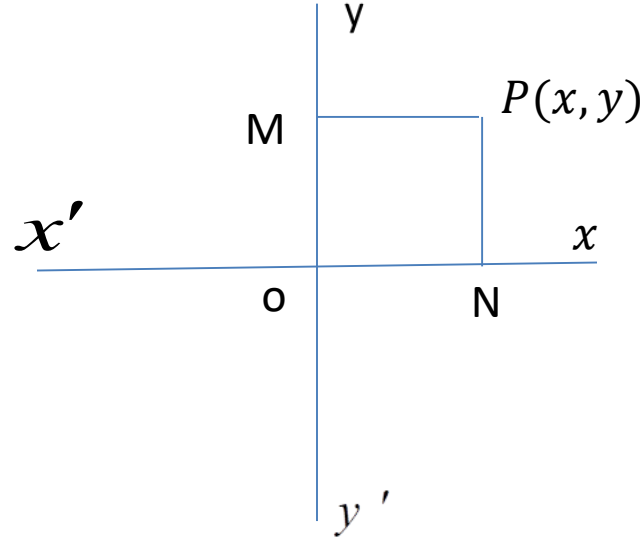
এই অধ্যায়ের পাঠ শেষে.....

- ১। কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাংক কী ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ২। দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করা জানতে পারবে।
- ৩। অন্তর্বিভক্ত ও বর্হিবিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করা জানতে পারবে।
- ৪। ভরকেন্দ্রের স্থানাংক নির্ণয় করা জানতে পারবে।
- ৫। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা জানতে পারবে।

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



শিখনফল

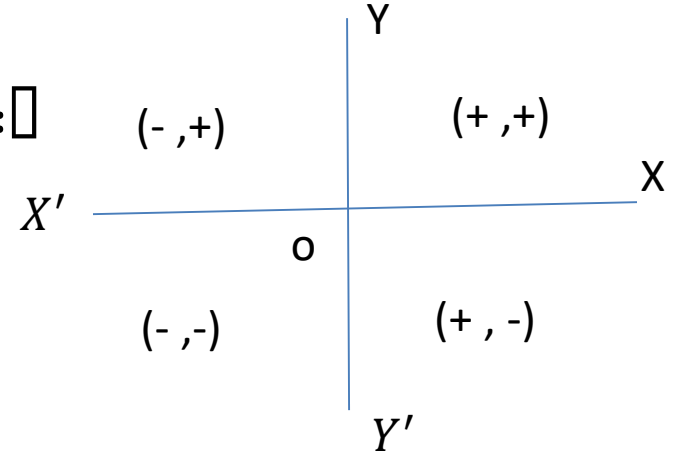


কার্তেসীয়স্থানাংক: চিত্রে P একটি বিন্দু। ইহা xox' ও yoy' সরলরেখাহতে নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত। P বিন্দু হতে ox এবং oy এর উপর যথাক্রমে PN এবং PM লম্ব অংকন করি। ধরি, $ON = x$ এবং $OM = y$ । সুতরাং P বিন্দুর অবস্থান O বিন্দু হতে ox বরাবর x দূরে এবং oy বরাবর y দূরে। P বিন্দুর অবস্থান (x, y) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

শিখনফল

নিম্নে বিভিন্নচতুর্ভাগেভুজ ও কোটিরচিহ্ন দেখানোহলো: □

- (1) প্রথমচতুর্ভাগ এ x এবং y উভয়ইধনাত্বক ।
- (2) দ্বিতীয়চতুর্ভাগ এ x ঋণাত্বকএবং y ধনাত্বক ।
- (3) তৃতীয়চতুর্ভাগ এ x এবং y উভয়ইঋণাত্বক ।
- (4) চতুর্থ চতুর্ভাগ এ x ধনাত্বকএবং y ঋণাত্বক ।

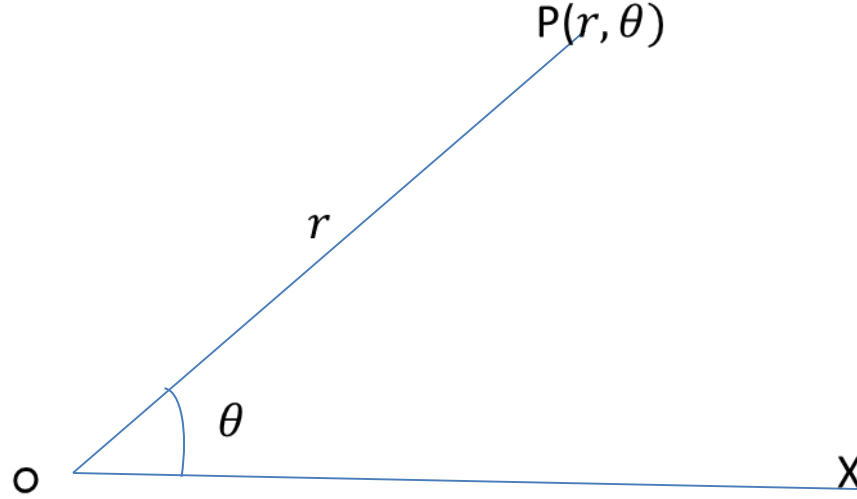


দ্রষ্টব্য: (i) মূলবিন্দুরস্থানাংক $0(0,0)$

(ii) x অক্ষের উপরযেকোনবিন্দুরকোটিশূন্যঅর্থাৎ $y=0$

(iii) y অক্ষের উপরযেকোনবিন্দুরভুজশূন্যঅর্থাৎ $x=0$

শিখনফল



পোলারস্থানাংক: ধরি, $OP = r$ এবং $\angle POX = \theta$ ।

সুতরাং (r, θ) কে P বিন্দুর পোলারস্থানাংক বলে। এখানে r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং θ কে ভেক্টর কোণ বলা হয়।

কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক (Relation between polar and Cartesian coordinates)

মনেকরি , কার্তেসীয়সমতলে $I(x,y)$ এবং $P(r, \theta)$ যে
কোনোবিন্দু P এর পোলার I কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক নির্দেশ করে । OP
যোগকরি এবং OX এর উপর PM লম্ব আঁকি ।

তাহলে, $OP = r$, $\angle POM = \theta$, $OM = x$ এবং $PM = y$

$\triangle OMP$ এ $\angle POM =$ সমকোণ,

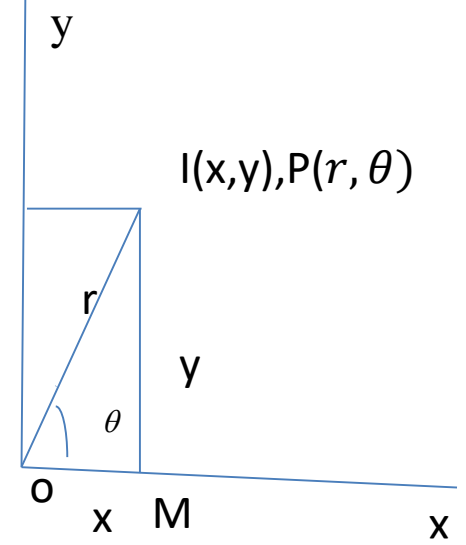
ভূমি = $OM = x$, লম্ব = $PM = y$ এবং অতিভুজ = $OP = r$

আমরাজানি, সমকোণীত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

$$\cos\theta = \frac{OM}{OP} = \frac{x}{r} \quad , \quad \sin\theta = \frac{PM}{OP} = \frac{y}{r}$$

$$x = r\cos\theta \quad , \quad y = r\sin\theta$$

$$r = \sqrt{(x^2+y^2)} \quad , \quad \tan\theta = \frac{y}{x}$$



প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

দুইটিবিন্দুরমধ্যবর্তী দূরত্ব :

মনেকরি, একই সমতলে $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ যে কোনো দুইটিবিন্দু।

P ও Q হতে OX অক্ষরেখার উপর PN ও QM লম্ব আঁকি।

আবার Q হতে PN এর উপর QR লম্ব আঁকি।

তাহলে, চিত্রহতেপাই

$$ON = x_1, OM = x_2, PN = y_1, QM = y_2, RN$$

$$\text{এবং } QR = MN = ON - OM, PR = PN - RN$$

এখন, PQR সমকোণীত্রিভুজহতেপাই

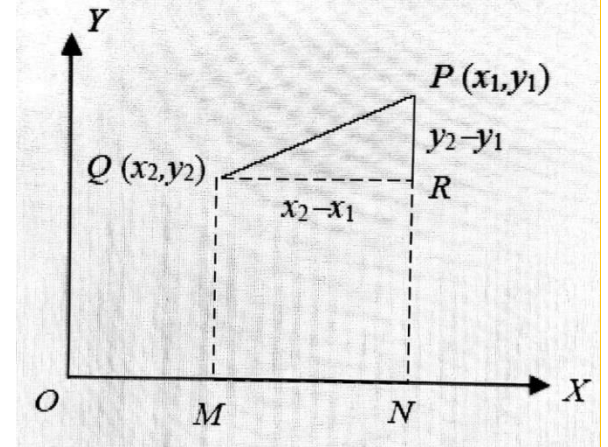
$$PQ^2 = QR^2 + PR^2$$

$$= (ON - OM)^2 + (PN - RN)^2$$

$$PQ = \sqrt{\{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2\}}$$

$$\text{বিন্দু দুটিরমধ্যবর্তী দূরত্ব, } PQ = \sqrt{\{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2\}}$$

$$= \sqrt{\{(\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর})^2 + (\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর})^2\}}$$



প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী

১। অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক : $x =$

$$\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$\frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$y =$$

২। বর্হিবিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক : $x =$

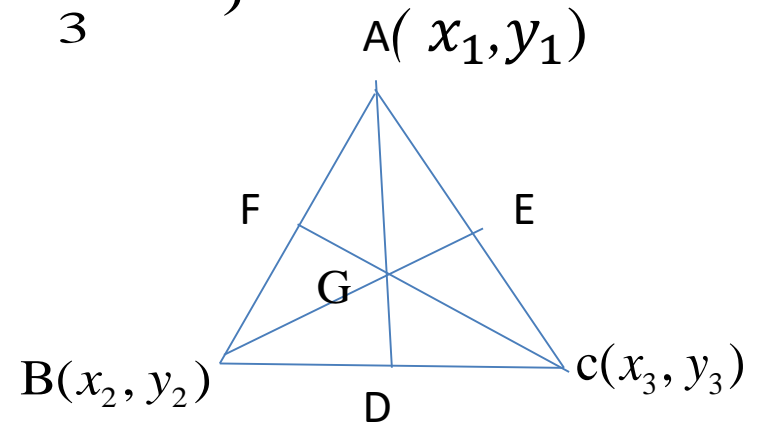
$$\frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}$$

$$\frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}$$

$$y =$$

৩। ভরকেন্দ্রের স্থানাংক = $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$

৪। ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$



সমস্যা সমাধান

সমস্যা-১. একটি বিন্দুর পোলার স্থানাংক $(\sqrt{2}, 45^\circ)$ হলে কার্তেসীয় স্থানাংক কত?

সমাধান : এখানে $r = \sqrt{2}$ $\theta = 45^\circ$

$$x = r \cos \theta = \sqrt{2} \cos 45^\circ = 1$$

$$y = r \sin \theta = \sqrt{2} \sin 45^\circ = 1$$

কার্তেসীয় স্থানাংক $(1, 1)$ Ans

সমস্যা-২. কার্তেসীয় স্থানাংক $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ হলে পোলার স্থানাংক কত?

সমাধান : এখানে $x = 2\sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2}$

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2)} = \sqrt{\{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2\}} = 4$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

পোলার স্থানাংক $(r, \theta) = (4, 45^\circ)$ Ans

সমস্যা সমাধান

সমস্যা-৩. A(-2,3) এবং B(1,-1) বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

সমাধান : A(-2,3) এবং B(1,-1) বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব ,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{\{(x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2\}} \\ &= \sqrt{\{(-2 - 1)^2 + (3 + 1)^2\}} \\ &= 5 \text{ (Ans)} \end{aligned}$$

সমস্যা-8. A(3,5), B(-2,5) এবং C(5,-4) বিন্দুত্রয় ABC

ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করুন, ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্র (x, y)

$$\square \text{সুতরাং } x = \frac{3-2+5}{3} = 2, y = \frac{5+5-4}{3} = 2$$

নির্ণয় ভরকেন্দ্র (x, y) = (2, 2)

সমস্যা সমাধান

সমস্যা -৫: একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $A(t + 2, 1)$, $B(2t + 1, 3)$ এবং $C(3t + 2, 2t + 1)$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $t = 2$ অথবা $t = -\frac{1}{2}$ হলে ঐ বিন্দুগুলো সমরেখ হবে।

সমাধান: ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল =

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} t+2 & 1 & 1 \\ 2t+1 & 3 & 1 \\ 3t+2 & 2t+1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{(t+2)(3-2t-1) - 1(2t+1-3t-2) + 1(4t^2 + 4t + 1 - 9t - 6)\}$$

$$= \frac{1}{2} \{(t+2)(-2t+2) - 1(-t-1) + 1(4t^2 - 5t - 5)\}$$

$$= \frac{1}{2} (-2t^2 + 2t - 4t + 4 + t + 1 + 4t^2 - 5t - 5)$$

$$= \frac{1}{2} (2t^2 - 6t)$$

$$= t(t-3) \text{ (Ans)}$$

যেহেতু বিন্দুগুলো সমরেখ।

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল শূন্য।

অর্থাৎ $t(t-3) = 0$

বা, $t = 0$ অথবা $t - 3 = 0$

বা, $t = 0$ অথবা $t = 3$

(প্রমাণিত)

সমস্যা সমাধান

৬।

$ABCD$ রম্বসের A, B, C শীর্ষ বিন্দু যথাক্রমে $(-2, -1), (1, 3)$ এবং $(5, 6)$ হয় তাহলে চতুর্থ শীর্ষ বিন্দু D স্থানাংক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $ABCD$ রম্বসের A, B, C শীর্ষ বিন্দু যথাক্রমে $(-2, -1), (1, 3)$ এবং $(5, 6)$

মনেকরি, চতুর্থ শীর্ষ বিন্দু D স্থানাংক (x, y)

$$AC \text{ এর মধ্যবিন্দুর স্থানাংক} = \left(\frac{5-2}{2}, \frac{6-1}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

$$BD \text{ এর মধ্যবিন্দুর স্থানাংক} = \left(\frac{1+x}{2}, \frac{3+y}{2} \right)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1+x}{2} = \frac{3}{2}, \quad \frac{3+y}{2} = \frac{5}{2}$$

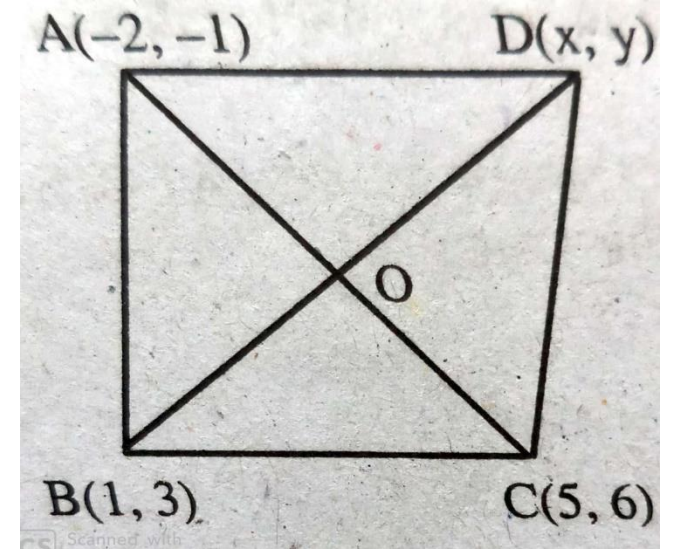
$$x = 2, \quad y = 2$$

চতুর্থ শীর্ষ বিন্দু D স্থানাংক $(2, 2)$

$$AC = \sqrt{\{(-2 - 5)^2 + (-1 - 6)^2\}} = 7\sqrt{2}$$

$$BD = \sqrt{\{(1 - 2)^2 + (3 - 2)^2\}} = \sqrt{2}$$

$$\text{রম্বসের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times 7\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 7 \text{ বর্গএকক}$$



দলীয় কাজ

১। $(-1,0)$, $(1,0)$ এবং $(0,1)$ শীর্ষবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের কর।

২। $(1,2)$ ও $(6,7)$ বিন্দু দুইটির সংযোজক রেখাকে $(3,4)$ বিন্দুটি যে অনুপাতে ভিত্তিক করে তা নির্ণয় কর।

৩। $(7,7)$ ও $(-5,-10)$ বিন্দু দুইটির সংযোজক রেখাকে x অক্ষ যে অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর এবং বিভক্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৪। একটি বিন্দুর ভূজকোটির দ্বিগুণ, যদি এর দূরত্ব $(4,3)$ বিন্দু হতে $\sqrt{10}$ একক হয়, তবে বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৫। $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের A, B, C শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3,2), (2,-1)$ এবং $(8,-3)$ হয় তবে D বিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

একক

কাজ



- ১। কোন বিন্দুর কোটি 3 এবং এর দূরত্ব $(5,3)$ বিন্দু হতে 4 একক হয় , তবে বিন্দুটির ভূজ নির্ণয় কর।
- ২। x অক্ষ ও $(5,2)$ হতে $(a,2)$ বিন্দুটির দূরত্ব সমান হলে, a এর মান নির্ণয় কর।
- ৩। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5 কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(3,4)$ এর যে জ্যা $(5,2)$ বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয় তার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
- ৪। ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(7,2)$ । A ও B শীর্ষ বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3,5)$ ও $(7,-1)$ হলে C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
- ৫। $ABCD$ রম্বসের A, B, D শীর্ষ বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(2,5), (5,4)$ এবং $(3,2)$ হয় তবে চতুর্থ শীর্ষ বিন্দু C বিন্দুর স্থানাঙ্ক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

মূল্যায়ন

- ১। কোনবিন্দুরকোটি 2 এবং এর দূরত্ব $(1, -2)$ বিন্দুতে $4\sqrt{10}$ একক হয় , তবেবিন্দুটিরভুজনির্ণয়কর।
- ২। Y অক্ষ ও $(7, 2)$ হতে $(a, 5)$ বিন্দুটিরদূরত্বসমানহলে, a এরমাননির্ণয়কর।
- ৩। একটিবৃত্তেরব্যাসার্ধ 4 কেন্দ্রেরস্থানাংক $(3, 4)$ এরযেজ্যা $(5, 2)$ বিন্দুতেসমদ্বিখন্ডিতহয়তারদৈর্ঘ্যনির্ণয়কর।
- ৪। একটিসামান্তরিকেরএকটিকর্ণেরপ্রান্তবিন্দুদুইটিরস্থানাংক $(3, -4)$ ও $(-6, 5)$ এরতৃতীয়শীর্ষবিন্দুরস্থানাংক $(-2, -1)$ হলে চতুর্থ শীর্ষবিন্দুবিন্দুরস্থানাংকনির্ণয়কর।

বাড়ীর কাজ

১। কোনবিন্দুরভুজ 7 এবং এর দূরত্ব $(1, -1)$ বিন্দুহতে $3\sqrt{5}$ একক হয়, তবেবিন্দুটিরকোটি নির্ণয়কর।

২। দেখাওযে, মূলবিন্দু ও বিন্দুদ্বয়েরসংযোগরেখারএকটিত্রিখন্ডকবিন্দু, অপরসমত্রিখন্ডকবিন্দুটিরস্থানাংকনির্ণয়কর।

৩। ABC ত্রিভুজেরশীর্ষবিন্দুগুলোরস্থানাংকযথাক্রমে $A(5,2)$, $B(5,2)$ এবং $C(5,2)$ ।

ত্রিভুজটিরক্ষেত্রফলবেরকরএবং A হতে BC বাহুরউপরলম্বেরপরিমাণনির্ণয়কর।

৪। একটিত্রিভুজেরশীর্ষবিন্দুরস্থানাংকযথাক্রমে $A(t + 1, 1)$, $B(2t + 1, 3)$ এবং $C(2t + 2, 2t)$ হলে ত্রিভুজটিরক্ষেত্রফলনির্ণয়করএবংদেখাওযে, $t = 2$ অথবা $t = -\frac{1}{2}$ হলে ঐ বিন্দুগুলোসমরেখহবে।

৫। একটিসামান্তরিকেরএকটিকর্ণেরপ্রান্তবিন্দুদুইটিরস্থানাংক $(5, 2)$ ও $(19, 5)$ এর তৃতীয়শীর্ষবিন্দুরস্থানাংক $(15, 2)$ হলেচতুর্থ শীর্ষবিন্দুবিন্দুরস্থানাংকএবংসামান্তরিকেরক্ষেত্রফলনির্ণয়কর।

পরবর্তী ক্লাস

সংগরপথ
(**Locus**)

পাঠ পরিচিতি

বিষয় : ম্যাথমেটিক্স-৩

বিষয় কোডঃ ২৫৯৩১

পাঠ : জ্যামিতি

অধ্যায়-১০, কণিক

সময়: ৪৫মি:

নিচের চিত্রগুলো লক্ষ কর



এই অধ্যায়ের পাঠ শেষে.....

১. কনিকের সংজ্ঞা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
২. উপকেন্দ্র, নিয়ামক, উৎকেন্দ্রতার সংজ্ঞা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
৩. পরাবৃত্ত, উপবৃত্ত, অধিবৃত্তের সাধারণ বৃত্তের সমীকরণ বলতে পারবে।
৪. কণিকের সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

শিখন ফল

কনিক : কার্তেসীয় সমতলে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু ও একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে যে সব বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত সর্বদাই একটি ধ্রুব সংখ্যা, তাবে ঐ চলমান বিন্দুর সঞ্চারণ পথকে কনিক বলা হয়।

নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে কনিকের উপকেন্দ্র বা ফোকাস (focus) বলে।
নির্দিষ্ট সরলরেখাটিকে কনিকের দিকাক্ষ বা নিয়ামক (directrix) বলে।

ধ্রুবক অনুপাতটিকে উৎকেন্দ্রিকতা (eccentricity) বলা হয় এবং e দ্বারা সূচিত করা হয়।

$e = 0$ হলে সঞ্চারণপথ হয় বৃত্ত (circle)

$e = 1$ হলে সঞ্চারণপথ হয় পরাবৃত্ত (parabola)

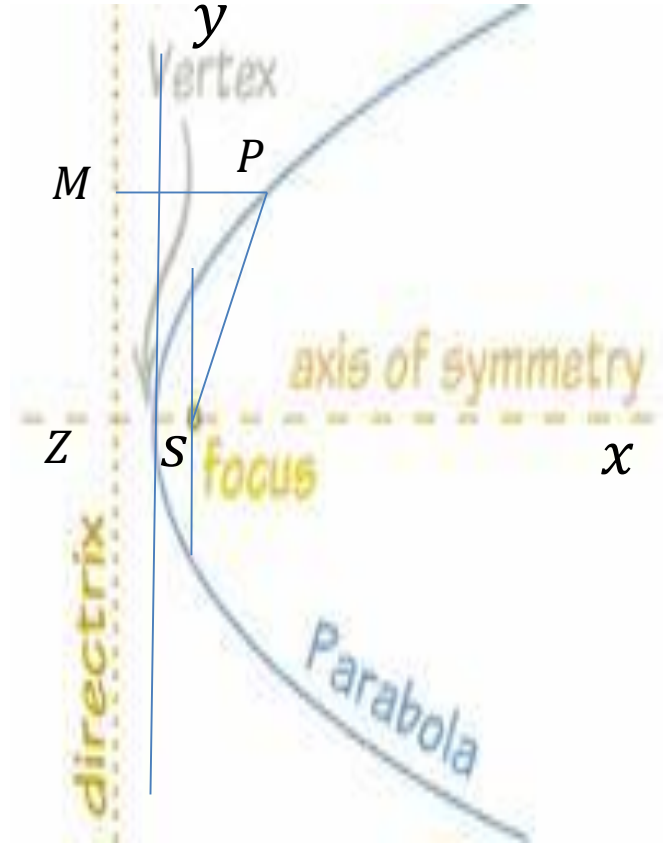
$0 < e < 1$ হলে সঞ্চারণপথ হয় উপবৃত্ত (ellipse)

$e > 1$ হলে সঞ্চারণপথ হয় অধিবৃত্ত (hyperbola)

পরাবৃত্ত (Parabola)

$y^2 = 4ax$, পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে:

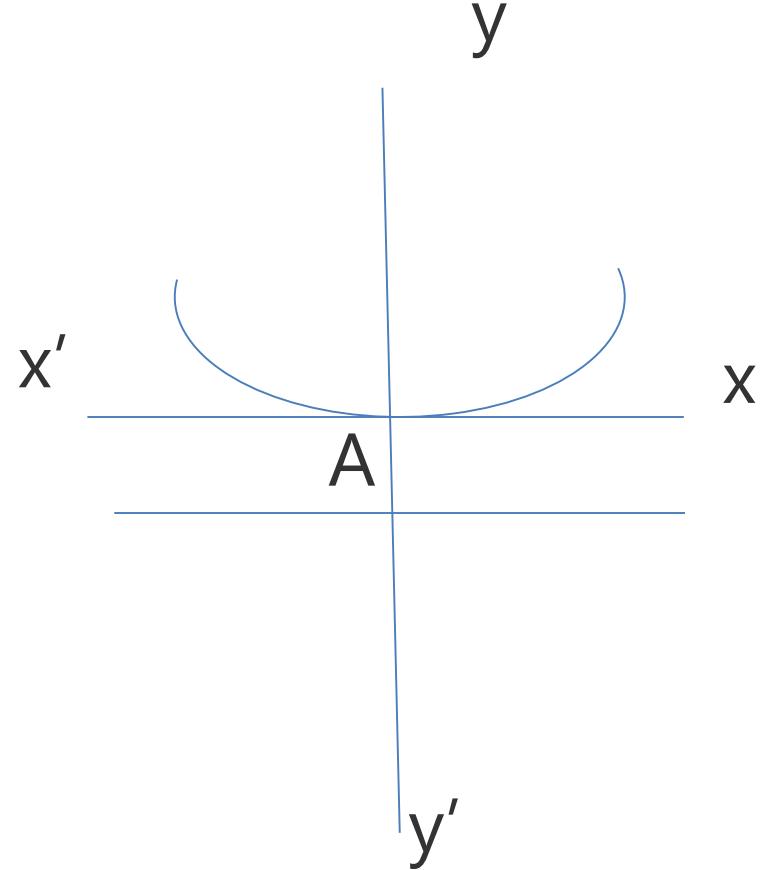
- 1) শীর্ষবিন্দু $(0,0)$
- 2) উপকেন্দ্র $(a, 0)$
- 3) দিকাক্ষের সমীকরণ, $x = -a$
- 4) অক্ষরেখার সমীকরণ, $y = 0$
- 5) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য সমীকরণ $= 4a$
- 6) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x = a$



পরাবৃত্ত (Parabola)

$x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে:

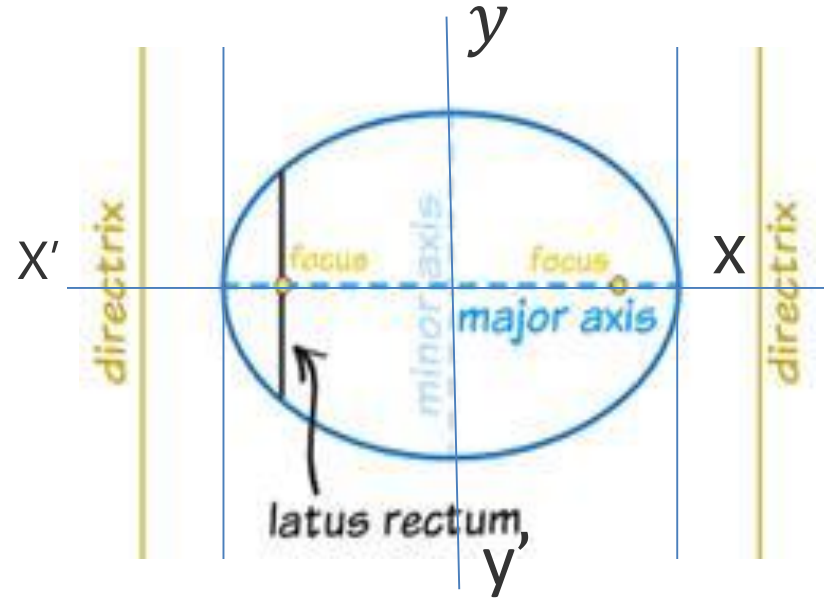
- i. শীর্ষবিন্দু, $(0,0)$
- ii. উপকেন্দ্র, $(0, a)$
- iii. দিকাক্ষের সমীকরণ, $y = -a$
- iv. অক্ষরেখার সমীকরণ, $x = 0$
- v. উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $= 4a$
- vi. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $y = a$



উপবৃত্ত (Ellipse)

উপবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, যেখানে $a > b$

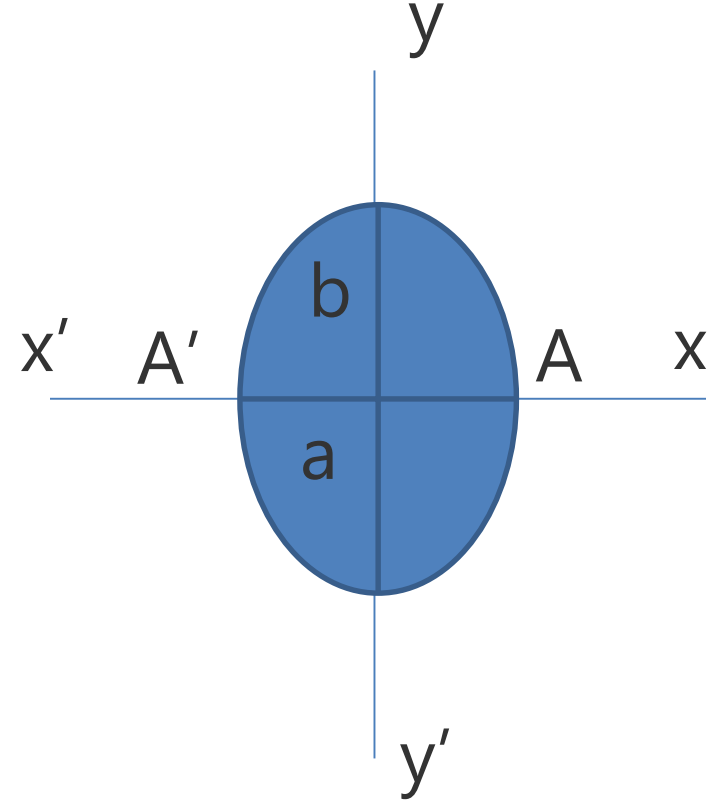
- ❖ কেন্দ্রেরস্থানাংক $(0,0)$
- ❖ বৃহৎ অক্ষ (major axis) = $2a$
- ❖ ক্ষুদ্রঅক্ষ (minor axis) = $2b$
- ❖ উপকেন্দ্রেরস্থানাংক $(\pm ae, 0)$
- ❖ বৃহৎ অক্ষেরসমীকরণ, $y = 0$
- ❖ ক্ষুদ্রঅক্ষেরসমীকরণ, $x = 0$
- ❖ দিকাক্ষেরসমীকরণ, $x = \pm (a/e)$
- ❖ উৎকেন্দ্রিকতা, $e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$
- ❖ উপকেন্দ্রিকলম্ব = $2b^2 / a$



উপবৃত্ত (Ellipse)

উপবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, যেখানে $b > a$

- কেন্দ্রস্থানাংক $(0,0)$
- বৃহৎ অক্ষ (major axis) = $2b$
- ক্ষুদ্রঅক্ষ (minor axis) = $2a$
- উপকেন্দ্রস্থানাংক $(0, \pm be)$
- বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$
- ক্ষুদ্রঅক্ষের সমীকরণ, $y = 0$
- দিকাক্ষের সমীকরণ, $y = \pm (b/e)$
- উৎকেন্দ্রিকতা, $e^2 = (b^2 - a^2) / b^2$
- উপকেন্দ্রিকলম্ব = $2a^2 / b$



অধিবৃত্ত (hyperbola)

অধিবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ: $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$

কেন্দ্রের স্থানাংক(0,0)

উপকেন্দ্রদ্বয়েরস্থানাংক($e, 0$)

শীর্ষবিন্দুরস্থানাংক($\pm a, 0$)

দিকাক্ষেরসমীকরণ, $x = \pm(a/e)$

উপকেন্দ্রিকলম্বেরদৈর্ঘ্য= $2b^2/a$

উপকেন্দ্রিকলম্বেরসমীকরণ, $x = \pm ae$

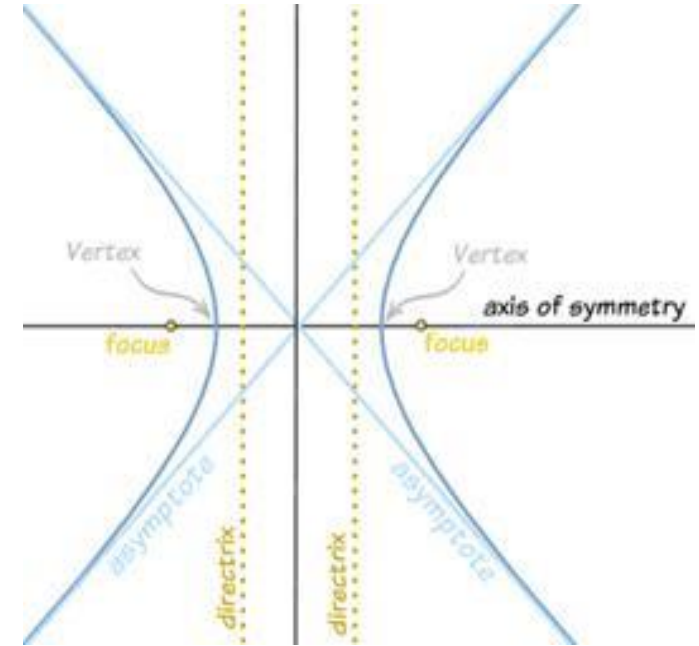
উৎকেন্দ্রিকতা, $e^2 = (a^2 + b^2) / a^2$

আড়অক্ষেরসমীকরণ, $y = 0$

অনুবন্ধীঅক্ষেরসমীকরণ, $x = 0$

আড়অক্ষেরদৈর্ঘ্য = $2a$

অনুবন্ধীঅক্ষেরদৈর্ঘ্য = $2b$



কনিকের সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ

সাধারণ দ্বিঘাতসমীকরণ $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$,
সর্বদা একটি কনিক প্রকাশ করে।

যদি $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} \neq 0$ হয়। তবে দ্বিঘাতসমীকরণটি একটি

১। বৃত্ত হবে, যদি $a = b, h = 0$

২। পরাবৃত্ত হবে, যদি $h^2 - ab = 0, \Delta \neq 0$

৩। উপবৃত্ত হবে, যদি $h^2 - ab < 0, \Delta \neq 0$

৪। অধিবৃত্ত (hyperbola) হবে, যদি $h^2 - ab > 0, \Delta \neq 0$ হয়।

সমস্যা সমাধান

১). $y^2 - 6y - 8x + 25 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ এখানে, $y^2 - 6y - 8x + 25 = 0$

$$\Rightarrow (y - 3)^2 = 8x - 16$$

$$\Rightarrow (y - 3)^2 = 8(x - 2) \quad \dots (i)$$

ধরি, $x - 2 = X$ এবং $y - 3 = Y$

$$\therefore (i) \Rightarrow y^2 = 8x \Rightarrow y^2 = 4 \cdot 2 \cdot x$$

$y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $a = 2$

শীর্ষবিন্দু : $x = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2, y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$

\therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\equiv (2, 3)$ [Ans.]

উপকেন্দ্রে : $x = a \Rightarrow x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4, y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$

\therefore উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $\equiv (4, 3)$ [Ans.]

উপকেন্দ্রিকলম্ব = $4a = 4 \cdot 2 = 8$ [Ans.]

উপকেন্দ্রিকলম্বের সমীকরণ, $x = a \Rightarrow x - 2 - 2 = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$ [Ans.]

অক্ষরেখার সমীকরণ, $y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0$ [Ans.]

দিকাক্ষের সমীকরণ, $x = -a \Rightarrow x - 2 + 2 = 0 \Rightarrow x = 0$ [Ans.]

২(a). $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক লম্ব, অক্ষরেখা এবং দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর ।

সমাধান: এখানে, $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$

$$\Rightarrow 5(x^2+3x) - 10y - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 5(x^2 + 2 \cdot x \cdot 3/2 + 9/4) - 5 \cdot 9/4 - 10y - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 5(x + 3/2)^2 = 10y + 61/4$$

$$\Rightarrow (x + 3/2)^2 = 2(y + 61/40) \quad \dots(i)$$

ধরি, $x + 3/2 = X$ এবং $y + 61/40 = Y$

$$\therefore (i) \Rightarrow x^2 = 2y \Rightarrow x^2 = 4 \cdot 1/2 \cdot y$$

$x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই, $\therefore a = 1/2$

শীর্ষবিন্দুর ভুজ, $X = 0 \Rightarrow x + 3/2 = 0 \Rightarrow x = -3/2$

শীর্ষবিন্দুর কোটি, $Y = 0 \Rightarrow y + 61/40 = 0 \Rightarrow y = -61/40$

\therefore শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক $\equiv (-3/2, -61/40)$ [ans.]

উপকেন্দ্রের ভুজ, $X = 0 \Rightarrow x + 3/2 = 0 \Rightarrow x = -3/2$

উপকেন্দ্রের কোটি, $Y = a = 1/2$

$$\Rightarrow y + 61/40 = 1/2 \Rightarrow y = -41/40$$

\therefore উপকেন্দ্রের স্থানাংক $\equiv (-3/2, -41/40)$ [ans.]

অক্ষরেখার সমীকরণ, $X = 0 \Rightarrow x + 3/2 = 0$ [ans.]

দিকাক্ষের সমীকরণ, $Y = -a = -1/2$

$$\Rightarrow y + 61/40 + 1/2 = 0 \Rightarrow y + 81/40 = 0$$
 [ans.]

সমস্যা সমাধান

২(b). p এর মান কত হলে $4x^2 + py^2 = 80$ উপবৃত্তটি $(0, \pm 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করবে? এর উৎকেন্দ্রতা নির্ণয় কর।

সমাধান $4x^2 + py^2 = 80$ উপবৃত্তটি $(0, \pm 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

$$4 \cdot 0 + p \cdot 16 = 80$$

$$p = \frac{80}{16} = 5 \quad \text{Ans.}$$

p এর মান বসিয়ে পাই,

$$\therefore 4x^2 + 5y^2 = 80$$

$$\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{x^2}{(2\sqrt{5})^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$$

$$a = 2\sqrt{5}, b = 4$$

উৎকেন্দ্রতা,

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{(2\sqrt{5})^2 - 4^2}{(2\sqrt{5})^2} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore e = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{Ans.}$$

সমস্যা সমাধান

৩). $16x^2 + 25y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$\text{এখানে, } 16x^2 + 25y^2 = 400$$

$$\Rightarrow x^2/25 + y^2/16 = 1$$

$$\therefore a = 5 \text{ এবং } b = 4$$

$$\because a > b \therefore e^2 = (a^2 - b^2)/a^2 = 9/25$$

$$\Rightarrow e = 3/5 \text{ [Ans.]}$$

$$\text{উপকেন্দ্রের স্থানাংক} \equiv (\pm ae, 0) = (\pm 3, 0) \text{ [Ans.]}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য} = 2b^2/a = 32/5 \text{ [Ans.]}$$

$$\text{উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, } x = \pm ae \Rightarrow x = \pm 3 \text{ [Ans.]}$$

$$\text{দিকাক্ষের সমীকরণ, } x = (\pm a/e) \Rightarrow x = \pm 25/3 \text{ [Ans.]}$$

সমস্যা সমাধান

4). $x^2 - 3y^2 - 2x = 8$ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্রের স্থানাংক এবং অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$\text{এখানে, } x^2 - 3y^2 - 2x = 8$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x \cdot 1 + 1) - 3y^2 = 8 + 1$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 - 3y^2 = 9$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 / 9 - y^2 / 3 = 1$$

$$\therefore a^2 = 9 \Rightarrow a = 3; b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

$$\therefore e^2 = (a^2 + b^2) / a^2 = 4/3$$

$$\therefore e = 2/\sqrt{3} \quad [\text{Ans.}]$$

$$\text{কেন্দ্রে: } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, y = 0$$

$$\therefore \text{কেন্দ্রের স্থানাংক} \equiv (1, 0) \quad [\text{Ans.}]$$

$$\text{আড়া অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2a = 6 \quad [\text{Ans.}]$$

$$\text{অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য} = 2b = 2\sqrt{3} \quad [\text{Ans.}]$$

সমস্যা সমাধান

৫). $(1,1)$ উপকেন্দ্র ও $3x + 4y = 1$ দিকাক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
তার অক্ষের সমীকরণও বের কর।

সমাধানঃ ধরি, $P(x, y)$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোন বিন্দু।

P থেকে উপকেন্দ্রের দূরত্ব PS এবং দিকাক্ষের লম্বদূরত্ব PM হলে,

প্রশ্নমতে,

$$PS = PM$$

$$\Rightarrow \sqrt{\{(x-1)^2 + (y-1)^2\}} = \frac{3x+4y-1}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = (3x+4y-1)^2 / 25$$

$$\Rightarrow 25x^2 + 25y^2 - 50x - 50y + 50 = 9x^2 + 16y^2 + 1 + 24xy - 8y - 6x$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 24xy + 9y^2 - 44x - 42y + 49 = 0$$

$$\Rightarrow (4x-3y)^2 - 44x - 42y + 49 = 0 \text{ [ans.]}$$

অক্ষ, দিকাক্ষের উপর উপরলম্ব। তাই অক্ষের সমীকরণ হবে,

$$4x - 3y + k = 0$$

\therefore অক্ষ $(1,1)$ বিন্দুগামী,

$$\therefore 4(1) - 3(1) + k = 0$$

$$\Rightarrow k = -1$$

\therefore অক্ষের সমীকরণ, $4x - 3y - 1 = 0$ [ans.]

সমস্যা সমাধান

6). $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$ সমীকরণটি
কোনধরনেরকনিকনির্দেশ করেতা দেখাও ।

সমাধান: $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$

এখানে $a = 1, b = 1, c = 3, f = -2, g = 1, h = -1$

$$\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 1(3 - 4) + 1(-3 + 2) + 1(2 - 1) \\ = -1 - 1 + 1 \\ = -1$$

$\Delta \neq 0$ এবং

$$h^2 - ab = (-1)^2 - 1.1 = 1 - 1 = 0$$

$\therefore \Delta \neq 0$ এবং $h^2 - ab = 0$

প্রদত্ত দ্বিঘাতসমীকরণটি একটি পরাবৃত্ত ।

দলীয় কাজ

১। $y^2 = 8x - 8y$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। $5x^2 + 30x + 2y + 59 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা এবং দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩। $(-1, 1)$ উপকেন্দ্র ও $x + y + 1 = 0$ এর অক্ষরেখার সমীকরণ নিয়ামক বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।
ও শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর।

৪। একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করার উপকেন্দ্রের স্থানাংক $(1, -1)$ দিকাক্ষের সমীকরণ $x - y + 2 = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{2}}$, উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিকলম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৫) p এর কোন মানের জন্য $px^2 + 4y^2 = 1$ উপবৃত্তটি $(\pm 1, 0)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, উহার উৎকেন্দ্রিকতা ও উপকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর এবং অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

একক কাজ

১). $x^2 - 8x + 2y + 7 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২). $(-4, -1)$ উপকেন্দ্র ও $x + 2y + 2 = 0$ দিকাক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩). $3x^2 - 4y^2 + 12x + 8y - 4 = 0$ সমীকরণটি কোন ধরনের কনিক নির্দেশ করে তা দেখাও।

৪). p এর কোন মানের জন্য $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{25} = 1$ উপবৃত্তটি $(6, 4)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, উহার উৎকেন্দ্রিকতা 3 উপকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।

মূল্যায়ন

১। $x^2 - 8x - 8y + 36 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। $16x^2 + 9y^2 = 225$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা, বৃহৎ অক্ষের ও ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৩। $x^2 + 5y^2 = 20$ কোন ধরনের কনিকের সমীকরণ?

৪। একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করার উপকেন্দ্রের স্থানাংক $(-2, 3)$ দিকাক্ষের সমীকরণ $x - y + 7 = 0$ এবং উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{\sqrt{3}}$

বাড়ির কাজ

১. $y^2 - 2y + 8x - 23 = 0$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২. $25x^2 + 16y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রিকলম্ব ও দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩। $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$ অধিবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা, কেন্দ্র, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিকলম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রিকলম্ব ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৪। একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করার উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(3,4)$ দিকাক্ষের সমীকরণ $x + y - 2 = 0$ এবং বিকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{3}$, উপবৃত্তটির উপকেন্দ্রিকলম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৫। নিম্নের সমীকরণগুলো কোন ধরনের কণিকতা নির্ণয় কর:

(i) $3x^2 - 4y^2 + 12x + 8y - 4 = 0$

(ii) $5x^2 + 5y^2 + 2xy + 10x - 22y + 39 = 0$

(iii) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$

A heart-shaped white tag with the words "Thank you!" written in a black, cursive font. The tag is placed on a light-colored wooden surface. Two vibrant red roses are positioned on either side of the tag. A string of white pearls is draped across the bottom of the scene, with several pearls scattered around the base of the roses and the tag. The background is softly blurred, showing more greenery and wood.

*Thank
you!*