“শিক্ষা নিয়ে গড়ব দেশ
শেখ হাসিনার বাংলাদেশ”

গণপ্রজাতন্ত্রী বাংলাদেশ সরকার

টেকনোলজিঃ সিভিল, পর্বঃ ৪র্থ
বিষয়ঃ স্ট্রাকচারাল মেকানিক্স (২৬৪৩১)

উপস্থাপনায়,
মোঃ আব্দুল মোমিন
ইনস্ট্রাক্টর(টেক/সিভিল)
সিরাজগঞ্জ পলিটেকনিক ইনস্টিটিটিউট

অধ্যায়-১ ঃ পদার্থের যান্ত্রিক গুণাগুণ

আলোচ্য বিষয়সমূহ

- পদার্থের যান্ত্রিক ধর্ম
- পীড়ন-বিকৃতি
- পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম
- কতিপয় সংজ্ঞা ঃ সমানুপাতিক সীমা, স্থিতিস্থাপক সীমা, নতি বা সর্বোচ্চ বিন্দু, কার্যকরী পীড়ন, অনুমোদিত পীড়ন
- পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান
- যৌগিক দন্ডের পীড়ন

পীড়ন (Stress)

- ❖ প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পরিমান প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া করে তাকে পীড়ন বলে।
- ❖ এককথায়, পীড়ন = বল/ক্ষেত্রফল
- ❖ পীড়নকে s দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং এর একক kg/cm^2
- ❖ প্রকারভেদ ঃ পীড়ন তিন প্রকার

➢ টান বা প্রসারন পীড়ন

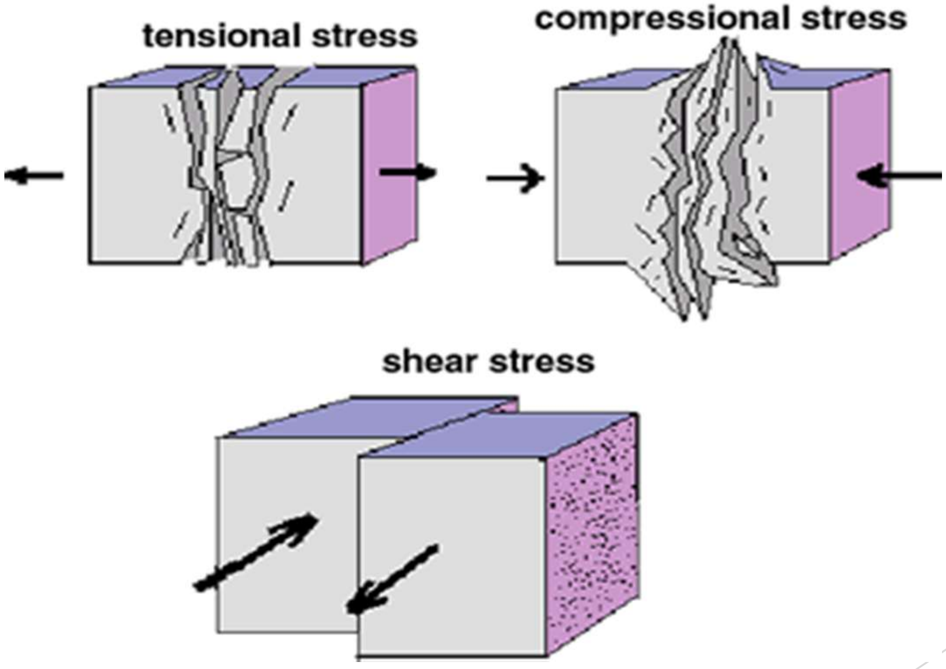
➢ চাপ বা সংকোচন পীড়ন

➢ শিয়ার পীড়ন

পীড়ন (Stress)

- **টান পীড়ন (Tensional Stress)** ঃ টানা বলের কারনে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পীড়নের সৃষ্টি হয় তাকে টান পীড়ন বলে। টান পীড়নকে S_t দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **চাপ পীড়ন (Compressional Stress)** ঃ চাপা বলের কারনে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পীড়নের সৃষ্টি হয় তাকে চাপ পীড়ন বলে। চাপ পীড়নকে S_c দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **শেয়ার পীড়ন (Shearing Stress)** ঃ কোন বস্তুর উপর দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল স্পর্শক অবস্থায় ক্রিয়াকরে বস্তুর অভ্যন্তরে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি করে তাকে শেয়ার পীড়ন বলে। শেয়ার পীড়নকে S_s দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

পীড়ন (Stress)



বিকৃতি (Strain)

- ❖ কোন বস্তুর আকৃতির একক পরিবর্তনকে বিকৃতি বলে।
- ❖ প্রকারভেদ ঃ বিকৃতি তিন প্রকার
- ➢ টান বিকৃতি
- ➢ চাপ বিকৃতি
- ➢ শেয়ার বিকৃতি

❖ হুকের সুত্র ঃ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন পদার্থের পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

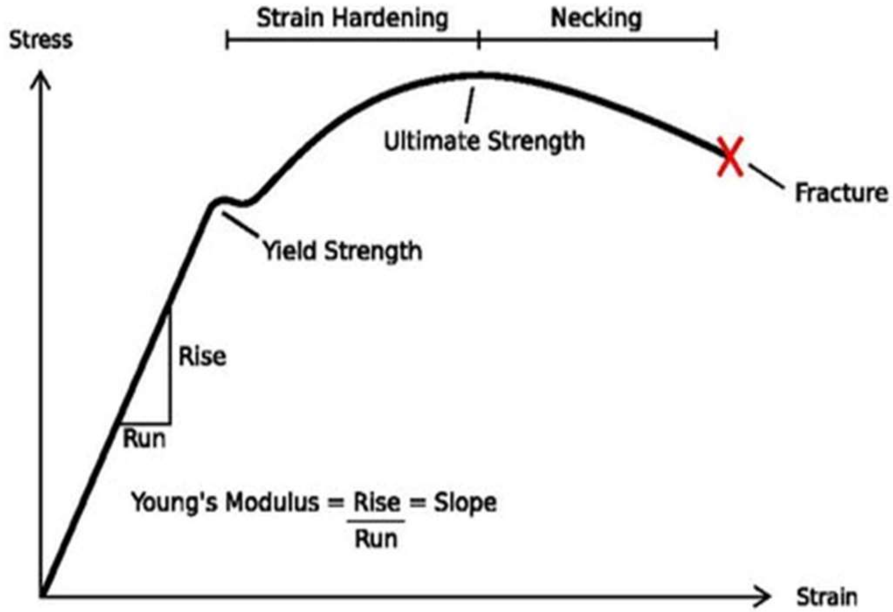
❖ স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক বা মডুলাস অব ইলাস্টিসিটি ঃ পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুবককেই স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক বলে।

❖ স্থিতিস্থাপক সীমা ঃ যে সর্বোচ্চ লোড প্রয়োগ করলে বস্তুটি পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে, সেই সর্বোচ্চ লোড দ্বারা সৃষ্টি হওয়া পীড়নকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

❖ সমানুপাতিক সীমা ঃ যে সর্বোচ্চ সীমা পর্যন্ত পীড়ন ও বিকৃতি পরস্পর সমানুপাতিক হয়, সেই সীমাকে সমানুপাতিক সীমা বলে।

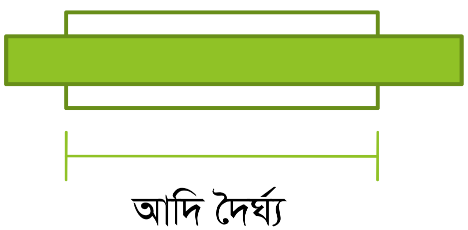
❖ নতি বা সর্বোচ্চ বিন্দু ঃ যদি পীড়নের মান বৃদ্ধি ছাড়াই বিকৃতি ঘটে, সে পীড়নকে নতি বিন্দু বা ইল্ড পয়েন্ট বলে।

স্টিলের পীড়ন- বিকৃতির ডায়াগ্রাম



- নিরাপদ সহগ ঃ কোন পদার্থের অনুমোদিত পীড়ন ও সর্বোচ্চ পীড়নের অনুপাতকে নিরাপদ সহগ বলে।

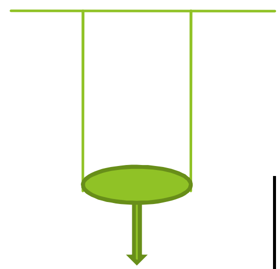
- দৈর্ঘ্য বিকৃতি ও পার্শ্ব বিকৃতি ঃ দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ও আদি দৈর্ঘ্যের অনুপাতকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি এবং পার্শ্ব মাপের পরিবর্তন ও আদি পার্শ্ব মাপের অনুপাতকে পার্শ্ব বিকৃতি বলে।



- পয়শনের অনুপাত ঃ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে পয়শনের অনুপাত বলে।

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

- উদাহরণ-১ । খাড়াভাবে ঝুলানো 5 cm ব্যাস বিশিষ্ট ইস্পাত দন্ড 2000 kg ওজন বহন করলে এতে পীড়নের মান কত হবে? এটি কি ধরনের পীড়ন?



আমরা জানি,

$$S = \frac{P}{A}$$

$$\Rightarrow S = \frac{2000}{19.63}$$

$$S = 101.88 \text{ kg/cm}^2$$

এটি টান পীড়ন

দেওয়া আছে,

$P = 2000$ kg

$d = 5$ cm

$$A = \pi \times d^2/4$$
$$= \pi \times 5^2/4$$
$$= 19.63 \text{ cm}^2$$

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

❖ উদাহরণ-২। ইস্পাতের সর্বোচ্চ শিয়ার পীড়ন 3000 কেজি/ সেমি² হলে10 মিমি. পুরু ইস্পাতের পাতে 20 মিমি. ব্যাসের পাঞ্চের সাহায্যে ছিদ্র করতে কী পরিমাণ বল লাগবে? পাঞ্চের উপর চাপা পীড়ন কত হবে?

দেওয়া আছে,

$S_S = 3000\ kg/cm^2$

$t = 10mm = 1cm$

$d = 20mm = 2cm$

$P = ?$

$S_C = ?$

$A = \pi \times d \times t$

$= \pi \times 2 \times 1$

$= 6.28\ cm^2$

আমরা জানি,

$$S_S = \frac{P}{A}$$

$\Rightarrow P = S_S \times A$

$\Rightarrow P = 3000 \times 6.28$

$P = 18840\ kg$

আবার, পাঞ্চের মুখের ক্ষেত্রফল, $A = \pi \times d^2/4$

$= 3.14\ cm^2$

$$S_C = \frac{P}{A} = \frac{18840}{3.14}$$

$= 6000\ kg/cm^2$

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

❖ স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক বা মডুলাস অব ইলাস্টিসিটি কে E দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$E = \;= \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\Delta}{L}} \quad \frac{PL}{A\Delta}$$

$$\Delta = \frac{PL}{AE}$$

এখানে,

Δ = পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য

P = বল

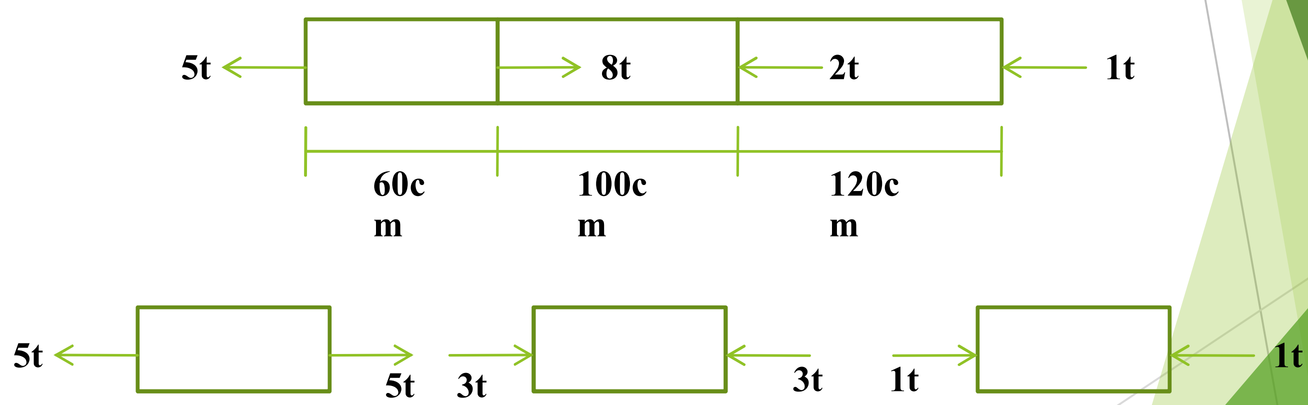
L = আদি দৈর্ঘ্য

A= ক্ষেত্রফল

E= স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

❖ উদাহরণ-৩। চিত্রের দন্ডটির মোট বিকৃতির পরিমান নির্ণয় কর। দন্ডটির ক্ষেত্রফল 10 cm^2 এবং স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক $E = 0.8\times10^3$ ton/cm^2.



পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

মোট বিকৃতি, $\Delta = \frac{P_1L_1}{AE} - \frac{P_2L_2}{AE} - \frac{P_3L_3}{AE}$

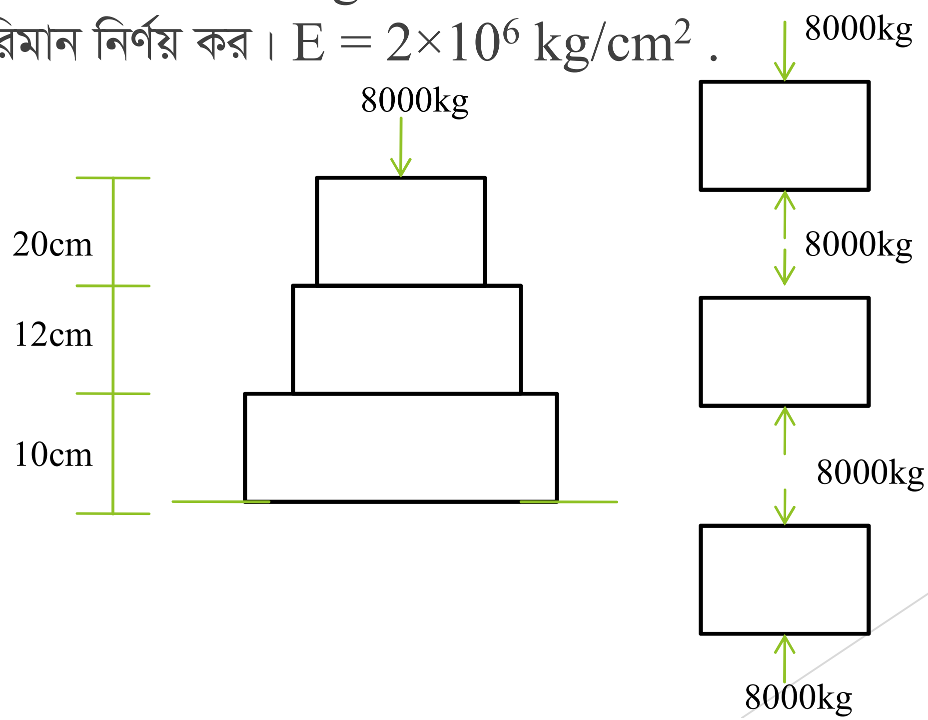
$$= \frac{1}{AE}\,(P_1L_1 - P_2L_2 - P_3L_3)$$

$$= \frac{1}{10 \times 0.8 \times 10^3}\,(5\times60-3\times100-1\times120)$$

$= -\ 0.015$ cm [(-)Ve চিহ্ন নির্দেশ করে দৈর্ঘ্য কমবে]

পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

❖ উদাহরণ-৪ । চিত্রে প্রদর্শিত 2cm, 4cm ও 8cm ব্যাসের একটি খাড়া দন্ডের উপর 8000kg চাপা বল প্রয়োগ করলে মোট দৈর্ঘ্য হ্রাসের পরিমান নির্ণয় কর । $E = 2\times10^{6}$ kg/cm^2 .



পীড়ন-বিকৃতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি

মোট বিকৃতি, $\Delta = - \frac{PL_1}{A_1E} - \frac{PL_2}{A_2E} \quad \frac{PL_3}{A_3E}$

$$= \left[\frac{P}{E} - \frac{L_1}{A_1} - \frac{L_2}{A_2}\right] \frac{L_3}{A_3}$$

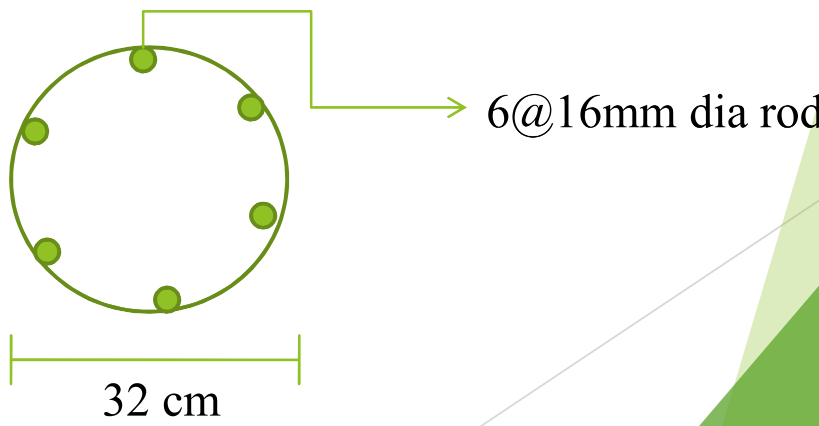
$$= - \frac{8000}{2\times10^6}\left[\frac{20}{\frac{\pi}{4}\times d_1^2} + \frac{12}{\frac{\pi}{4}\times d_2^2}\right] \frac{10}{\frac{\pi}{4}\times d_3^2}$$

$$= - \frac{8000\times4}{2\times10^6\times\pi}\left(+\frac{20}{2^2} + \frac{12}{4^2}\right) \frac{10}{8^2}$$

= - 0.030 cm [(-)Ve চিহ্ন নির্দেশ করে দৈর্ঘ্য কমবে]

যৌগিক দন্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

❖ উদাহরণ-৫। একটি বৃত্তাকার R.C.C কলামের ব্যাস 32cm এবং কলামের ভেতর 6 টি 16mm ব্যাসের স্টিল রড আছে। কলামটির উপর P লোড প্রয়োগ করলে কংক্রিটে 66 kg/cm^2 পীড়ন উৎপন্ন হয়। স্টিল রডে উৎপন্ন পীড়নের পরিমান এবং আরোপিত লোড P এর মান নির্ণয় কর, যখন $E_S = 2\times10^6\ kg/cm^2$ ও $E_c = 1.3\times10^5\ kg/cm^2$



যৌগিক দণ্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

আমরা জানি,

কংক্রিট এবং স্টিলের বিকৃতি সমান হলে,

$$\frac{S_S}{S_C} = \frac{E_S}{E_C}$$

$$\frac{S_S}{66} = \frac{2\times10^6}{1.3\times10^5}$$

$$S_S = 1015.38\ \text{kg/cm}^2$$

দেওয়া আছে,

$S_C = 66\ \text{kg/cm}^2$

$E_S = 2\times10^6\ \text{kg/cm}^2$

$E_c = 1.3\times10^5\ \text{kg/cm}^2$

$A_g = \pi\times32^2/\ 4 = 804.25\ \text{cm}^2$

$A_S = 6\times\pi\times1.6^2/4 = 12.06\ \text{cm}^2$

$A_C = 804.25-12.06$

$= 792.19\ \text{cm}^2$

$S_S = ?$

$P = ?$

আবার, $P = P_S + P_C$

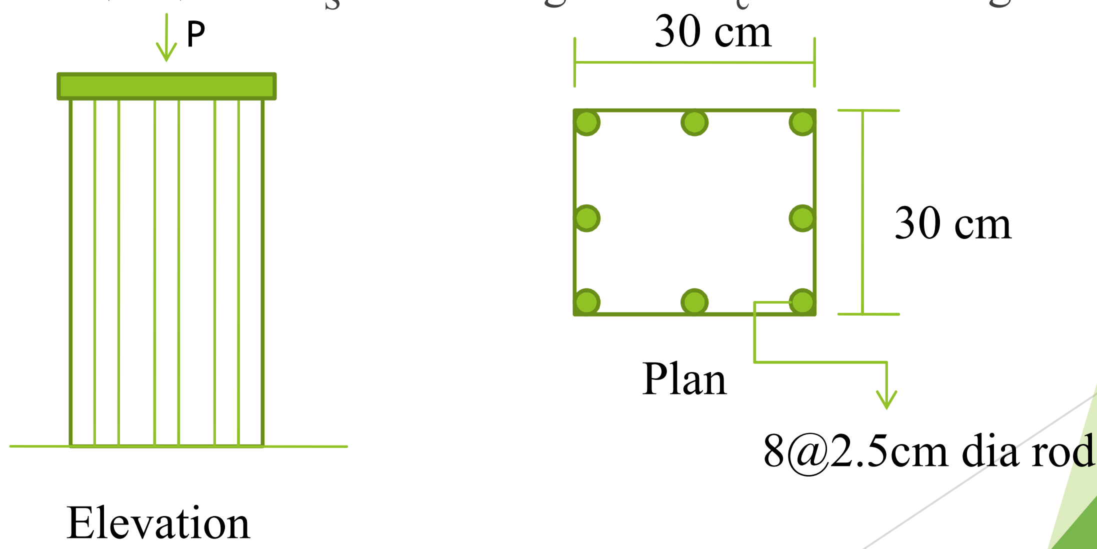
$= S_S\times A_S + S_C\times A_C$

$= 1015.38\times12.06 + 66\times792.19$

$= 64530.02\ \text{kg}$

যৌগিক দণ্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

❖ উদাহরণ-৬। 30cm বর্গাকার একটি কংক্রিট কলামে চিত্রানুযায়ী 8 টি 2.5cm ব্যাসের স্টিল রড আছে। কলামটির উপর P লোড প্রয়োগ করলে কংক্রিটে 52.5 kg/cm^2 পীড়ন উৎপন্ন হয়। স্টিল রডে উৎপন্ন পীড়নের পরিমান এবং আরোপিত লোড P এর মান নির্ণয় কর। কভার প্লেটটি কংক্রিট এবং ইস্পাত দণ্ডের উপর বসানো আছে, যার উপর P লোড প্রয়োগ করা হয়েছে। যখন $E_S = 2\times10^6$ kg/cm^2 ও $E_c = 1.4\times10^5$ kg/cm^2



যৌগিক দন্ডের পীড়ন সম্পর্কিত সমস্যাবলি

আমরা জানি,

কংক্রিট এবং স্টিলের বিকৃতি সমান হলে,

$$\frac{S_S}{S_C} = \frac{E_S}{E_C}$$

$$\frac{S_S}{52.5} = \frac{2 \times 10^6}{1.4 \times 10^5}$$

$$S_S = 750 \text{ kg/cm}^2$$

দেওয়া আছে,

$S_C = 52.5$ kg/cm^2

$E_S = 2\times10^6$ kg/cm^2

$E_c = 1.4\times10^5$ kg/cm^2

$A_g = 30\times30 = 900$ cm^2

$A_S = 8\times\pi\times2.5^2/4 = 39.27$ cm^2

$A_C = 900-39.27$

$= 860.73$ cm^2

$S_S = ?$

$P = ?$

আবার, $P = P_S + P_C$

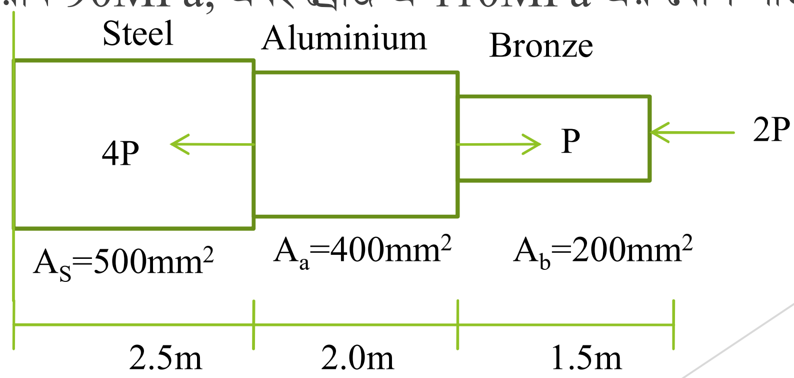
$= S_S \times A_S + S_C \times A_C$

$= 750\times39.27 + 52.5\times860.73$

$= 74640.825$ kg

বাড়ির কাজ

- প্রশ্ন-১ ঃ পীড়ন ও বিকৃতি বলতে কী বুঝ?
- প্রশ্ন-২ ঃ হুকের সূত্রটি নোটেশন সহ লিখ।
- প্রশ্ন-৩ ঃ পয়শনের অনুপাত বলতে কী বুঝ?
- প্রশ্ন-৪ ঃ নমনীয় স্টিলের পীড়ন-বিকৃতি ডায়াগ্রাম অঙ্কন করে বিভিন্ন অংশ দেখাও।
- প্রশ্ন-৫ ঃ ২cm ব্যাসের একটি ধাতব দন্ডের প্রান্তে 4200kg লোড ঝুলিয়ে দেওয়া হলে দন্ডটিতে কত পীড়ন উৎপন্ন হবে?
- প্রশ্ন-৬ ঃ চিত্র হতে P এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর, যখন স্টিল 150MPa, অ্যালুমিনিয়াম 90MPa, এবং ব্রোঞ্জ এ 110MPa এর বেশি পীড়ন নিতে পারে না।



অধ্যায়-২ ঃ বলের সূত্র (Laws of Force)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ বল
- ❖ লব্ধি বল এবং উপাংশ বল
- ❖ বলের ত্রিভুজ সূত্র
- ❖ বলের সামান্তরিক সূত্র
- ❖ বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন
- ❖ বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

বল (Force)

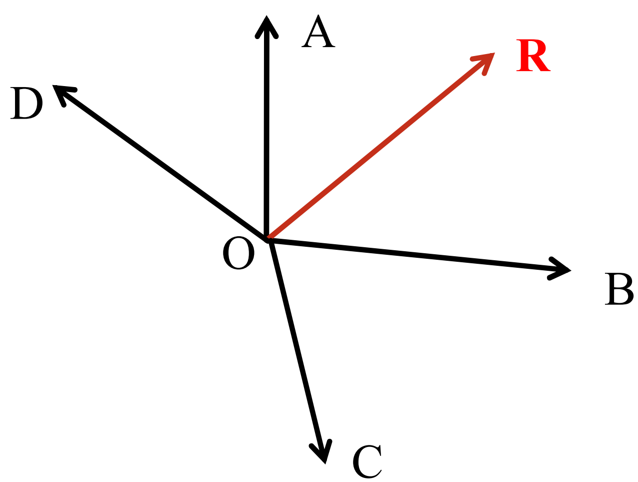
❖ যা স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং কোন গতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাকে স্থির করে বা করতে চায় তাকে বল বলে।

❖ বলের একক নিউটন (N) এবং বল একটি ভেক্টর রাশি।

❖ ভেক্টর রাশি ঃ যে সকল রাশিকে সম্পূর্ণরুপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়েরই প্রয়োজন হয়, তাকে ভেক্টর রাশি বলে।

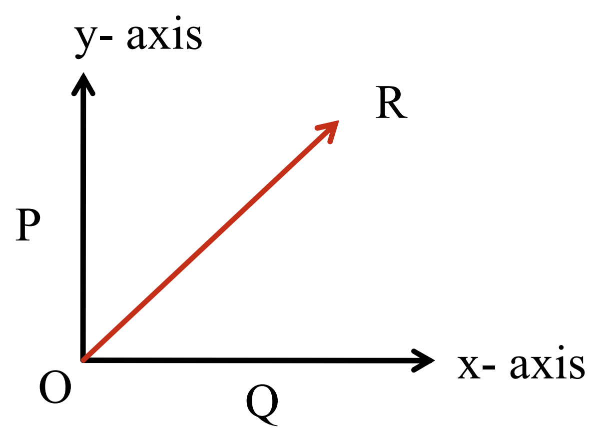
লব্ধি বল (Resultant Force)

❖ দুই বা ততোধিক বল যদি একই সময়ে একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল হয় এবং যদি এমন একটি বল নির্ণয় করা যায়, যার ক্রিয়াফল ঐ বস্তুর উপর নির্দিষ্ট বলগুলির মিলিত ক্রিয়াফলের সমান, তাহলে ঐ একক বলকে দুই বা ততোধিক বলের লব্ধি বল বলে।



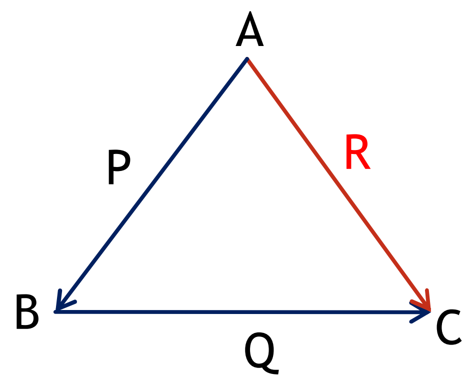
উপাংশ বল (Component Force)

- কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত কোন বলকে পরস্পর সমকোনে অবস্থিত দুটি অক্ষে বিভক্ত করলে তাদের প্রত্যেককে উপাংশ বল (Component Force) বলে।



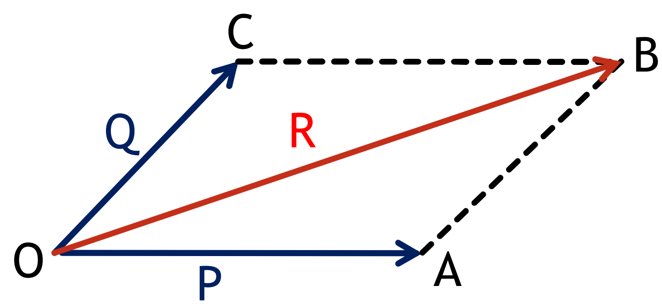
বলের ত্রিভুজ সূত্র

❖ একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি বলের মান ও দিক কোন ত্রিভুজের একইক্রমে গৃহীত দুটি বাহু দ্বারা সূচিত হলে, এদের লব্ধির মান ও দিক ঐ ত্রিভুজের বিপরীতক্রমে গৃহীত তৃতীয় বাহু দ্বারা সূচিত হবে। একে বলের ত্রিভুজ সূত্র বলে।

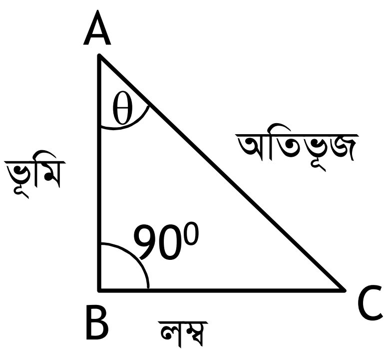


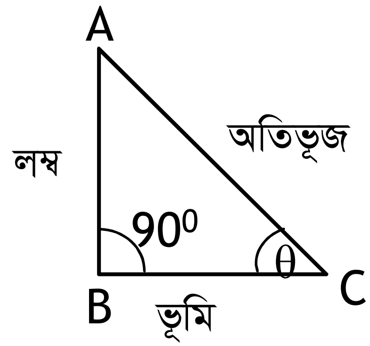
বলের সামান্তরিক সূত্র

❖ একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি বলের মান ও দিক যদি কোন বিন্দু হতে অংকিত একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা প্রকাশ করা যায়, তবে ঐ বলদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক সামান্তরিকের ঐ বিন্দু হতে অংকিত কর্ণ দ্বারা প্রকাশ করা যাবে।



সমকোণী ত্রিভুজ





$\sin\theta = \frac{BC}{AC}$, $\cos\theta = \frac{AB}{AC}$, $\tan\theta = \frac{BC}{AB}$

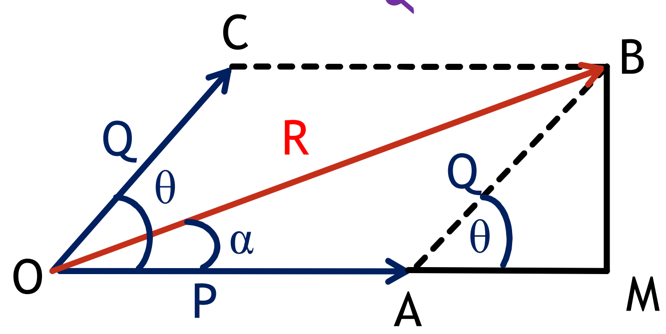
$\sin\theta = \frac{AB}{AC}$, $\cos\theta = \frac{BC}{AC}$, $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$, $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}$, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$

ছন্দ ঃ অলস অভূক ভূলট

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন



মনে করি, O বিন্দুতে P ও Q দুটি বল কাজ করছে। OA ও OC রেখা বল দুটির মান ও দিক নির্দেশ করছে। বলদ্বয়ের অন্তর্ভূক্ত কোন θ। এখন বল দুটিকে সামান্তরিকের দুটি বাহু ধরে OABC সামান্তরিকটি অংকন করলে OB কর্ণ বলদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে। চিত্রে লব্ধির মানকে R দ্বারা সূচিত করা হয়েছে। লব্ধি বলটি P বলের সাথে α কোন উৎপন্ন করে। এখন সামান্তরিকটির B বিন্দু হতে লম্ব আঁকি যা OA রেখার বর্ধিতাংশকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন

চিত্র হতে পাই, $AB = OC = Q$, $<BAM = \theta$

এখন ΔABM হতে পাই,

$\sin\theta = \frac{BM}{AB}$

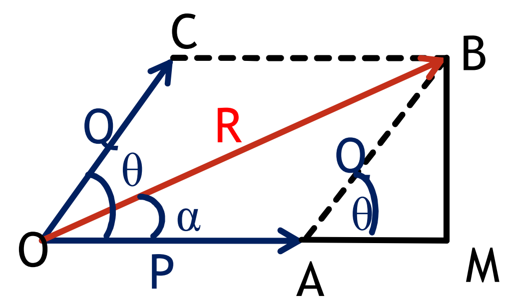
$\Rightarrow BM = AB\sin\theta$

$\therefore BM = Q\sin\theta$

$\cos\theta = \frac{AM}{AB}$

$\Rightarrow AM = AB\cos\theta$

$\therefore AM = Q\cos\theta$



আবার, OBM সমকোনী ত্রিভুজ হতে পাই,

$OB^2 = OM^2 + BM^2$

$\Rightarrow OB^2 = (OA + AM)^2 + BM^2$

$\Rightarrow R^2 = (P + Q\cos\theta)^2 + (Q\sin\theta)^2$

$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2\cos^2\theta + Q^2\sin^2\theta$

$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$

$\Rightarrow R^2 = P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2$ $\quad [\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$

$\therefore R = \sqrt{P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2}$

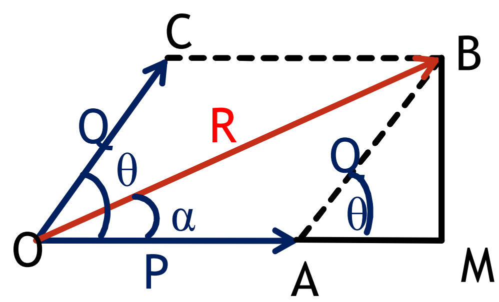
বলের সামান্তরিক সূত্রের প্রতিপাদন

OBM সমকোনী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$\tan\alpha = \frac{BM}{OM}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{BM}{OA + AM}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-১ ঃ 100kg ও 80kg মানের দুটি টানা বল একটি বিন্দুতে 60^0 কোনে ক্রিয়া করছে। সামান্তরিকের সূত্রের সাহায়ে বল দুটির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$R = \sqrt{P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{100^2 + 2\times100\times80\cos 60^0 + 80^2}$$

$$\therefore R = 156.20\text{kg}$$

আবার,

$$\tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{80\sin 60^0}{100 + 80\cos 60^0}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = 0.495$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0.495)$$

$\therefore \alpha = 26.34^0$ (অনুভুমিক এর সাথে)

দেওয়া আছে,

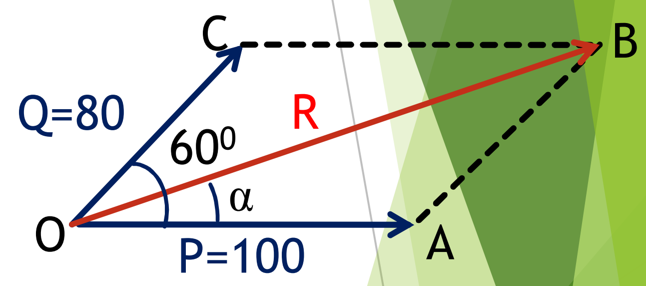
$P = 100$kg

$Q = 80$kg

$\theta = 60^0$

$R = ?$

$\alpha = ?$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-২ ঃ 120^0 কোনে দুটি বল একটি বিন্দুতে দুটি বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত। বড় বলটি 80kg এবং লব্ধি বল ছোট বলের সাথে লম্বভাবে আনত হলে ছোট বলটি কত?

আবার,

$$\tan\alpha = \frac{Q\sin 120^0}{80 + Q\cos 120^0}$$

$$\Rightarrow \tan 30^0 = \frac{0.866Q}{80 - 0.5Q}$$

$$\Rightarrow 0.577(80-0.5Q) = 0.866Q$$

$$\Rightarrow 46.16 - 0.2885Q = 0.866Q$$

$$\Rightarrow 0.866Q + 0.2885Q = 46.16$$

$$\Rightarrow 1.1545Q = 46.16$$

$$\Rightarrow Q = \frac{46.16}{1.1545}$$

$$\Rightarrow Q = 39.98\text{kg}$$

$$\therefore Q = 40\text{kg}$$

দেওয়া আছে,

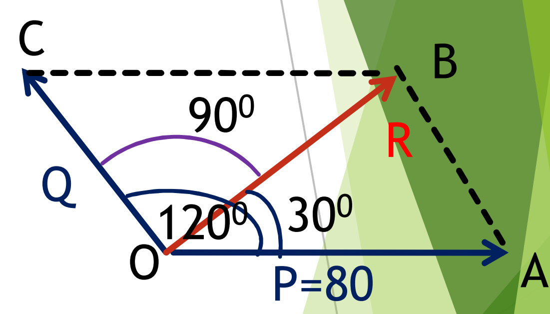
$P = 80$kg

$\theta = 120^0$

$\alpha = 120^0 - 90^0$

$= 30^0$

$Q = ?$



বলের সামান্তরিক সূত্র সম্পর্কিত সমস্যার সমাধান

❖ সমস্যা-৩ ঃ যদি P ও Q পরস্পর সমান হলে প্রমান কর, $R = 2P\cos\frac{\theta}{2}$, যখন θ হচ্ছে বল দুটির মধ্যবর্তী কোন এবং R লব্ধি বল।

আমরা জানি, সামান্তরিকের সূত্রানুসারে,

$$R = \sqrt{P^2 + 2PQcos\theta + Q^2}$$

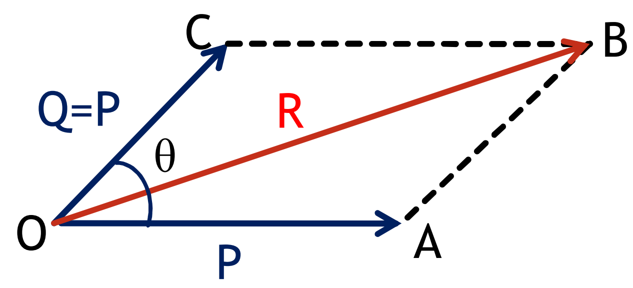
$$\Rightarrow \quad R = \sqrt{P^2 + 2P \times Pcos\theta + P^2}$$

$$\Rightarrow \quad R = \sqrt{2P^2 + 2P^2cos\theta}$$

$$\Rightarrow \quad R = \sqrt{2P^2(1 + cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \quad R = \sqrt{2P^2 \times 2\cos^2\frac{\theta}{2}}$$

$$\therefore \quad R = 2P\cos\frac{\theta}{2}$$



বাড়ির কাজ

- প্রশ্ন-১ ঃ লব্ধি বল বলতে কী বুঝ?
- প্রশ্ন-২ ঃ বলের ত্রিভূজ সূত্রটি লেখ।
- প্রশ্ন-৪ ঃ বলের সামান্তরিক সূত্রটি প্রতিপাদন কর।
- প্রশ্ন-৫ ঃ ঃ P ও Q মানের দুটি বল একটি বিন্দুতে পরস্পর 120^0 কোণে ক্রিয়া করে। লব্ধি $R = 140kg$ এবং $P = 110kg$ হলে Q বলের মান নির্ণয় কর।
- প্রশ্ন-৫ ঃ একই বিন্দুতে 180^0 কোণে ক্রিয়ারত দুটি সমান সমান বলের লব্ধির মান কত?

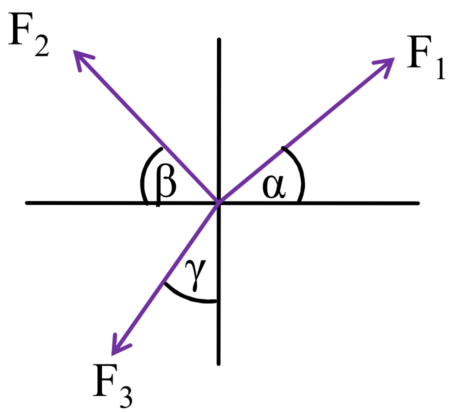
অধ্যায়-২ ঃ বলের সূত্র (Laws of Force)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ বলের সংযোজন
- ❖ বলের বিভাজন
- ❖ উপাংশ নির্ণয় পদ্ধতি
- ❖ উপাংশের চিহ্নরীতি
- ❖ একাধিক বলের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়
- ❖ এ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

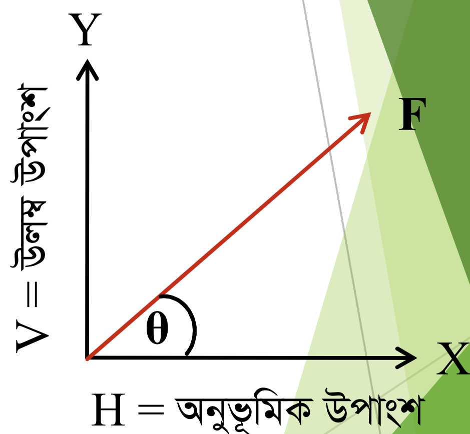
বলের সংযোজন (Composition of Forces)

❖ কোন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল ব্যবস্থাকে লব্ধি বলের মাধ্যমে প্রতিস্থাপন করাকে বলের সংযোজন বলে। অর্থাৎ দুই বা ততোধিক বল হতে এদের লব্ধি বাহির করার পদ্ধতিকে বলের সংযোজন (Compositon of Forces) বলে।



বলের বিভাজন (Resolution of a Force)

- ❖ কোন একটি বলকে এর উপাংশে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে বলের বিভাজন (Resolution of a Force) বলে।
- ❖ উক্ত বিভাজিত বলগুলোকে উপাংশ (Component) বলে।
- ❖ কোন একটি বলকে বিভাজিত করলে দুইটি উপাংশ পাওয়া যায়।
- ➢ অনুভূমিক উপাংশ (Horizontal Component) = H
- ➢ উলম্ব উপাংশ (Vertical Component) = V



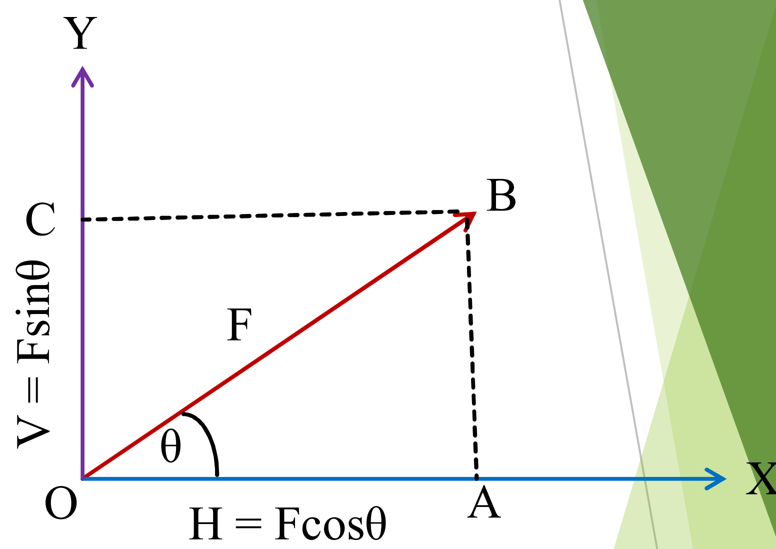
উপাংশ নির্ণয় পদ্ধতি

চিত্রে, AB = OC = V = F বলের উলম্ব উপাংশ

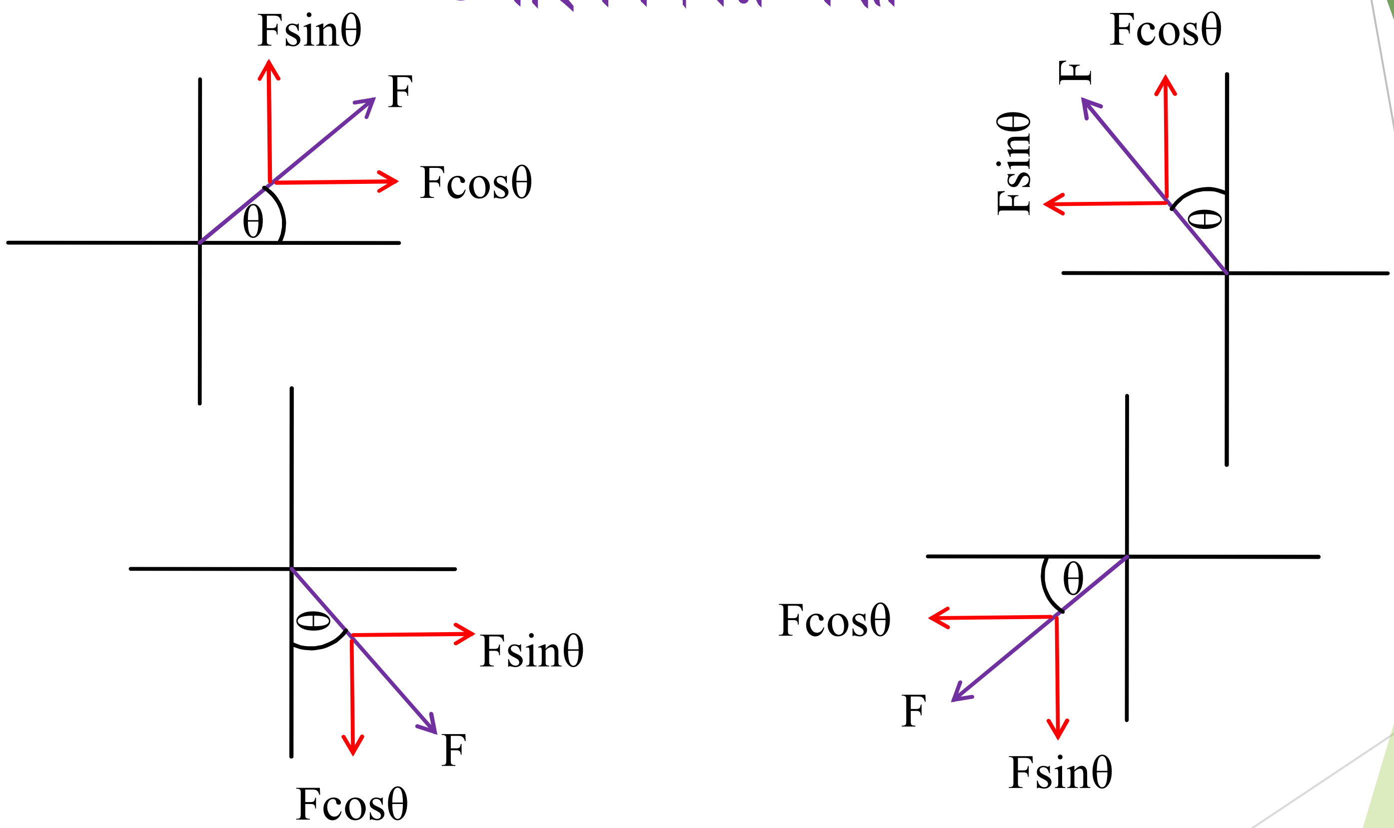
OA = BC = H = F বলের অনুভূমিক উপাংশ

OAB সমকোণী ত্রিভূজ হতে পাই,

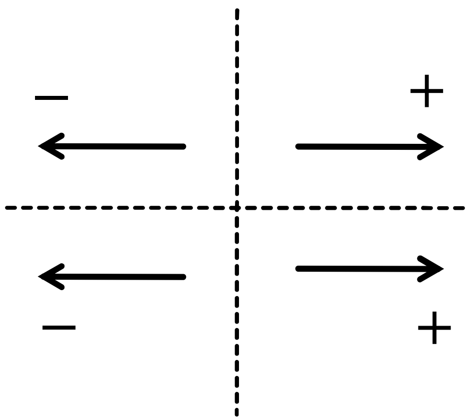
$\sin\theta = \frac{AB}{OB}$	$\cos\theta = \frac{OA}{OB}$
$\Rightarrow AB = OB\sin\theta$	=> OA = OBcosθ
$\Rightarrow V = F\sin\theta$	=> H = Fcosθ

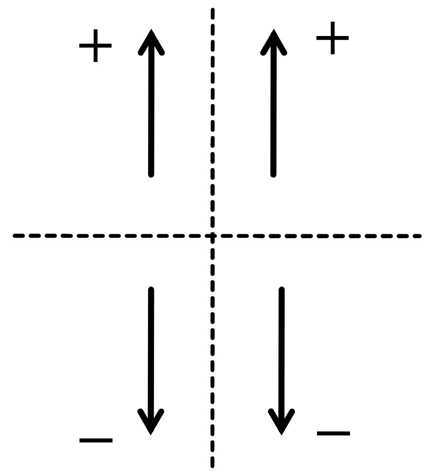


উপাংশ নির্ণয় পদ্ধতি



উপাংশের চিহ্নরীতি

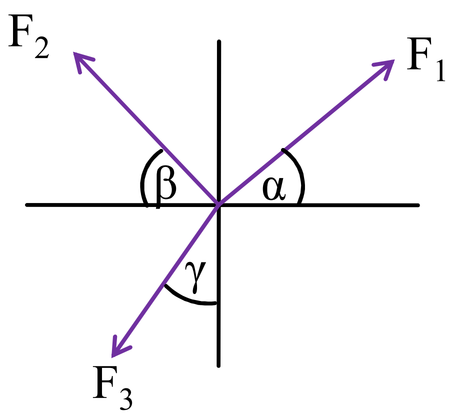




❖ অনুভূমিক উপাংশের ক্ষেত্রে লম্ব রেখার ডানদিকে প্রসারিত উপাংশকে ধনাত্মক এবং বামদিকের উপাংশকে ঋনাত্মক ধরা হয়।

❖ উলম্ব উপাংশের ক্ষেত্রে অনুভূমিক রেখার উপরের দিকের উপাংশকে ধনাত্মক এবং নিচের দিকের উপাংশকে ঋনাত্মক ধরা হয়।

একাধিক বলের লব্ধি নির্ণয়

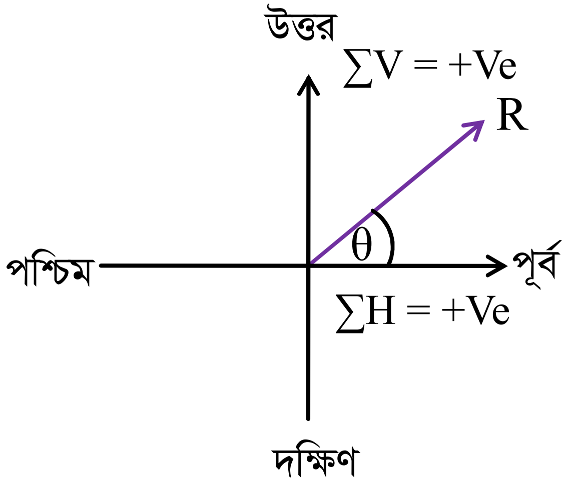


❖ লব্ধির মান ঃ $R = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2} = \sqrt{(\sum H)^2 + (\sum V)^2}$

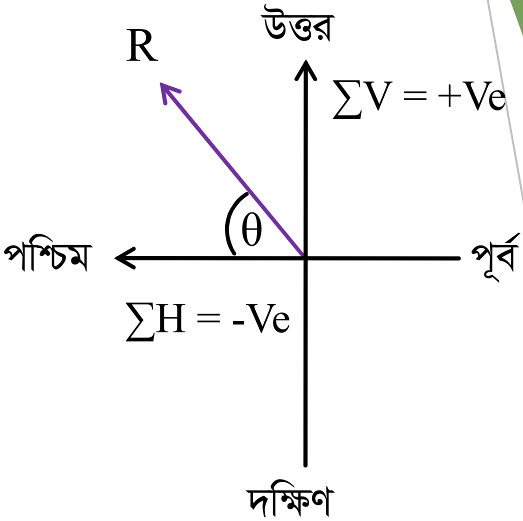
❖ লব্ধির দিক ঃ লব্ধি বলটি অনুভূমিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে লব্ধির দিক হবে, $\tan\theta = \frac{\sum Fy}{\sum Fx}$

$$=> \theta = \tan^{-1}\frac{\sum Fy}{\sum Fx} = \tan^{-1}\frac{\sum V}{\sum H}$$

প্রকৃত কোণ নির্ণয়

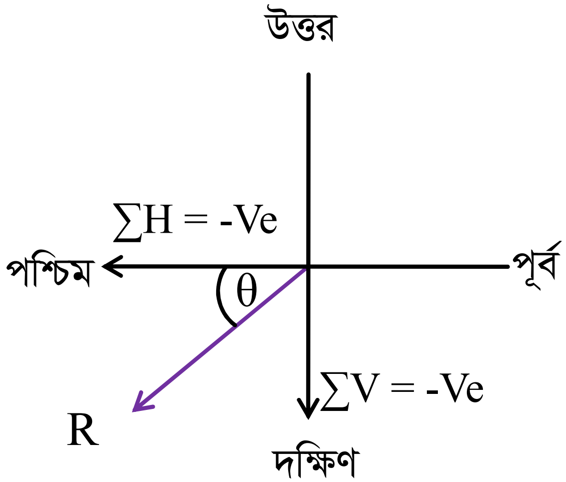


❖ যদি ∑H এবং ∑V উভয় এর মান যোগবোধক হয় তবে লব্ধির মান (পূর্ব-উত্তর) বরাবর হবে।

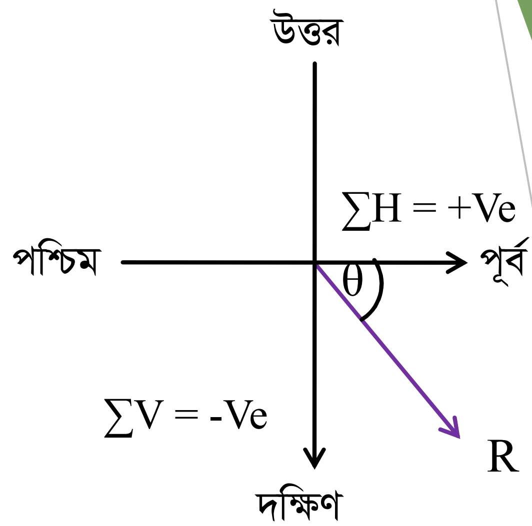


❖ যদি ∑H এর মান বিয়োগবোধক এবং ∑V এর মান যোগবোধক হয় তবে লব্ধির মান (পশ্চিম-উত্তর) বরাবর হবে।

প্রকৃত কোণ নির্ণয়



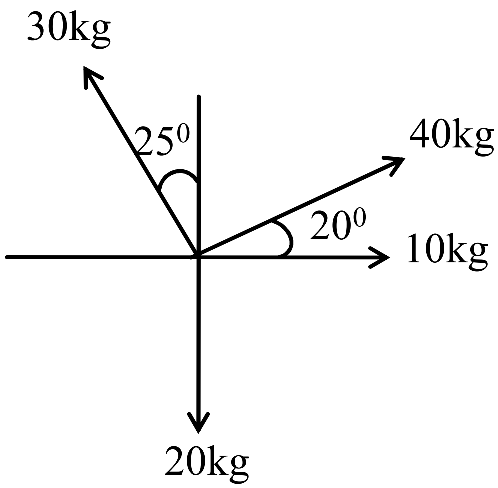
- ❖ যদি $\sum H$ এবং $\sum V$ উভয় এর মান বিয়োগবোধক হয় তবে লব্ধির মান (পশ্চিম-দক্ষিণ) বরাবর হবে।

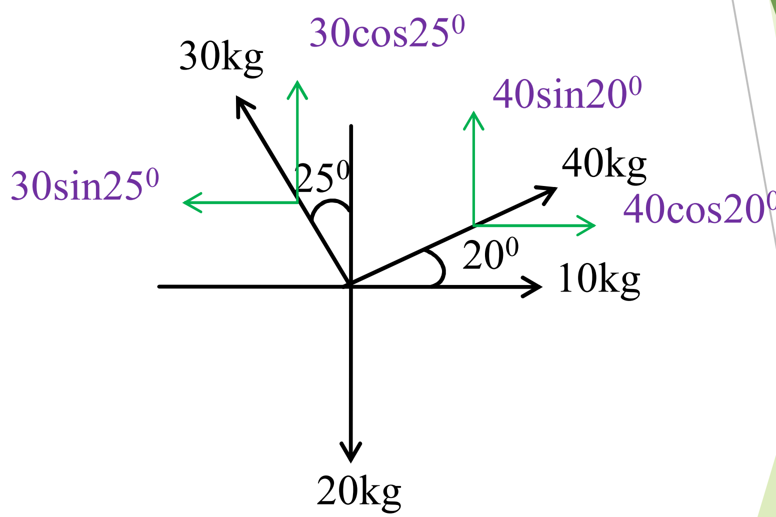


- ❖ যদি $\sum H$ এর মান যোগবোধক এবং $\sum V$ এর মান বিয়োগবোধক হয় তবে লব্ধির মান (পূর্ব-দক্ষিণ) বরাবর হবে।

সমস্যা ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত বলগুলির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।





$\sum H = +10 + 40\cos 20^0 - 30\sin 25^0 = +34.9\text{kg}$

$\sum V = +40\sin 20^0 + 30\cos 25^0 - 20 = +20.87\text{kg}$

সমস্যা ও সমাধান

লব্ধির মান, $R = \sqrt{(\sum H)^2 + (\sum V)^2}$

$=> R = \sqrt{(+34.9)^2 + (+20.87)^2}$

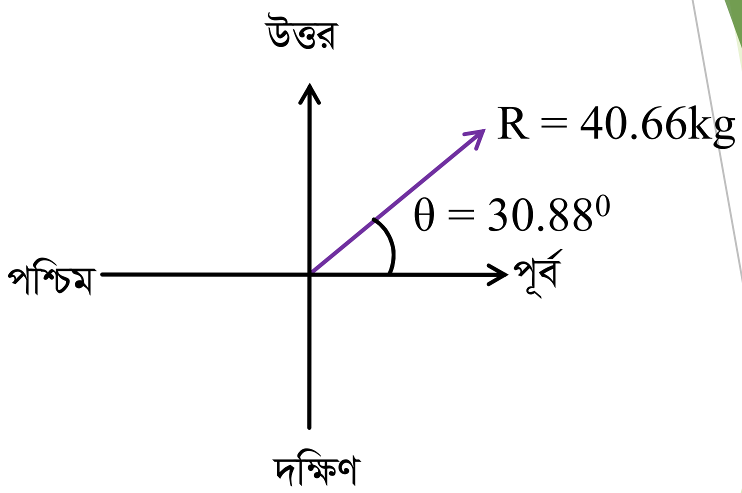
$=> R = 40.66kg$

লব্ধির দিক নির্ণয়, $\theta = \tan^{-1}(\frac{\sum V}{\sum H})$

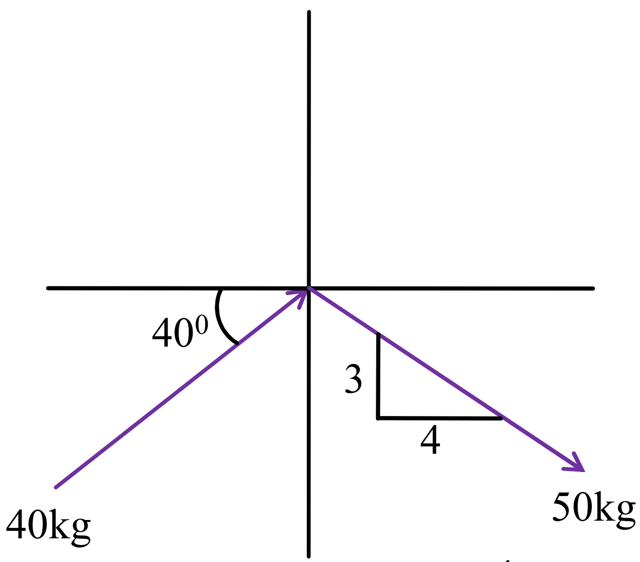
$=> \theta = \tan^{-1}(\frac{20.87}{34.9})$

$=> \theta = \tan^{-1}(0.598)$

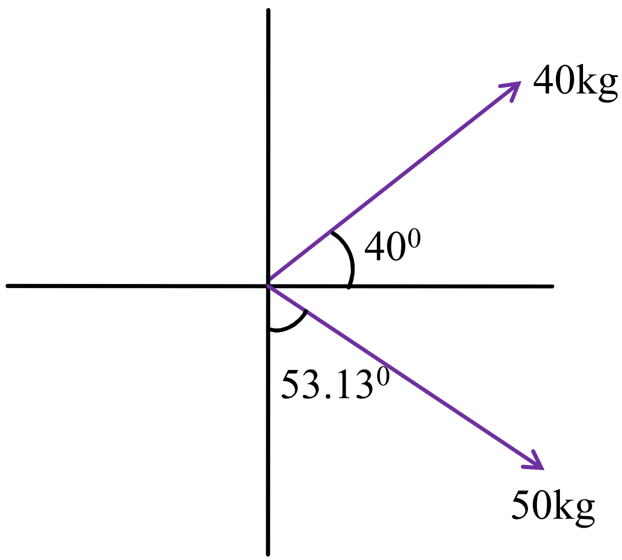
$=> \theta = 30.88^0$ (পূর্ব-উত্তর)



সমস্যা সম্পর্কিত আলোচনা

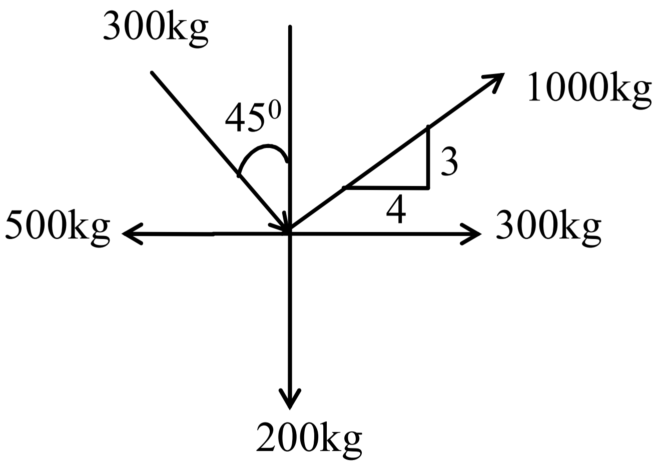


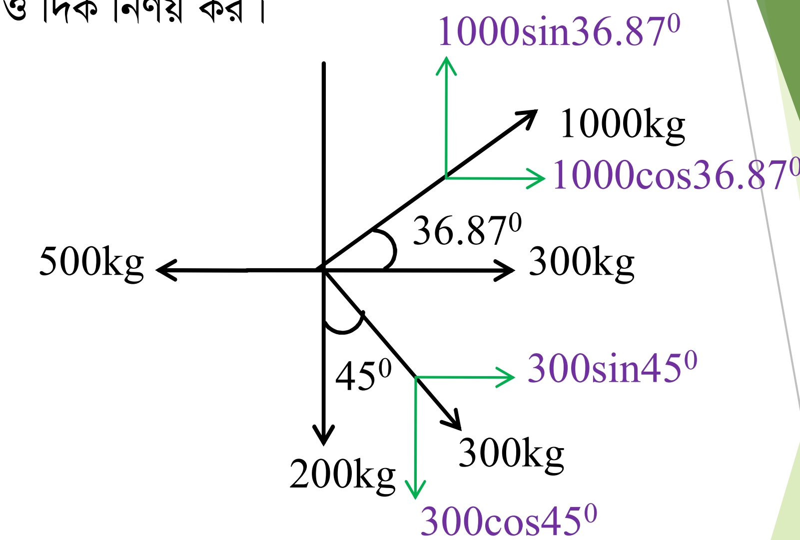
$$\tan\alpha = \frac{4}{3}$$
$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(1.33)$$
$$\Rightarrow \alpha = 53.13^0$$



সমস্যা ও সমাধান

প্রশ্ন-২ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত বলগুলির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।





$$\sum H = +\,300 + 1000\cos36.87^0 - 500 + 300\sin45^0 = +\,812.13\text{kg}$$

$$\sum V = +\,1000\sin36.87^0 - 200 - 300\cos45^0 = 187.87\text{kg}$$

সমস্যা ও সমাধান

লব্ধির মান, $R = \sqrt{(\sum H)^2 + (\sum V)^2}$

$=> R = \sqrt{(+812.13)^2 + (+187.87)^2}$

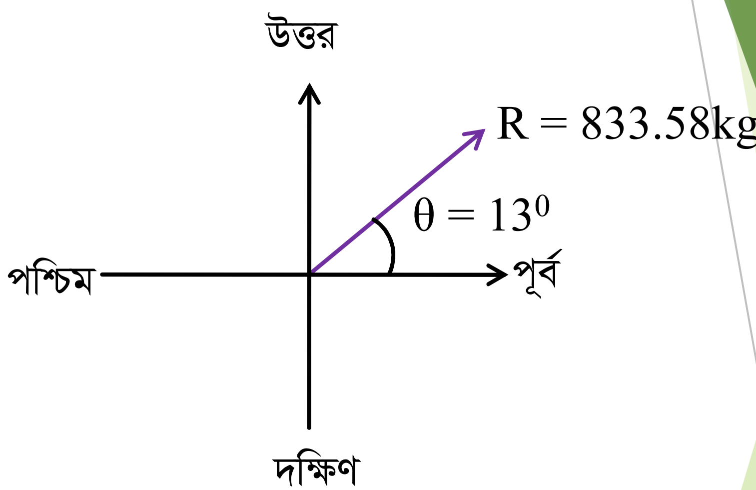
$=> R = 833.58kg$

লব্ধির দিক নির্ণয়, $\theta = \tan^{-1}(\frac{\sum V}{\sum H})$

$=> \theta = \tan^{-1}(\frac{187.87}{812.13})$

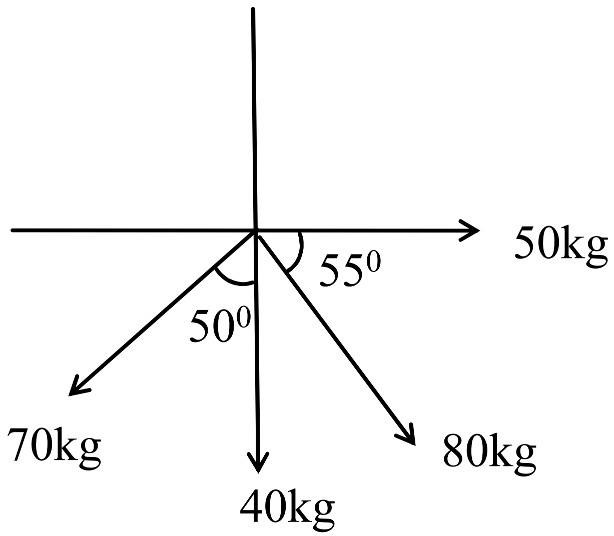
$=> \theta = \tan^{-1}(0.231)$

$=> \theta = 13^0$ (পূর্ব-উত্তর)

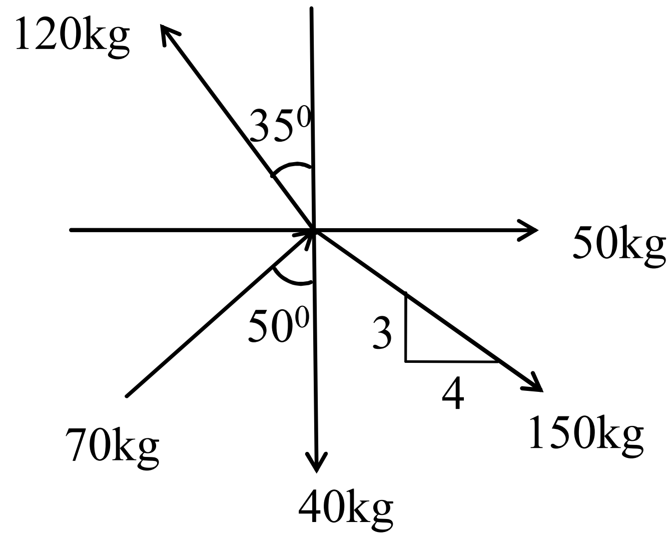


বাড়ির কাজ

প্রশ্ন ঃ ১ নং ও ২ নং চিত্রে প্রদর্শিত বলগুলির লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর ।



চিত্র - ১



চিত্র - ২

অধ্যায়-২ ঃ বলের সূত্র (Laws of Force)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

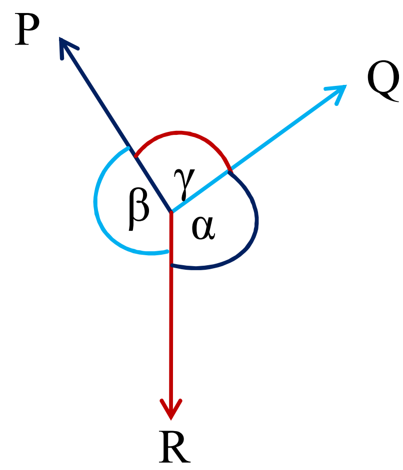
❖ ল্যামির সূত্র

❖ ল্যামির সূত্রের প্রতিপাদন

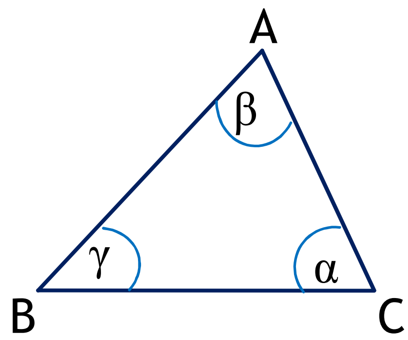
❖ ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

ল্যামির সূত্র (Lami’s Theorem)

- কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল ভারসাম্য সৃষ্টি করলে এদের প্রত্যেকটির মান ওপর দুটি বলের অন্তর্গত কোণের সাইনের (sine) সমানুপাতিক।
- অর্থাৎ $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$



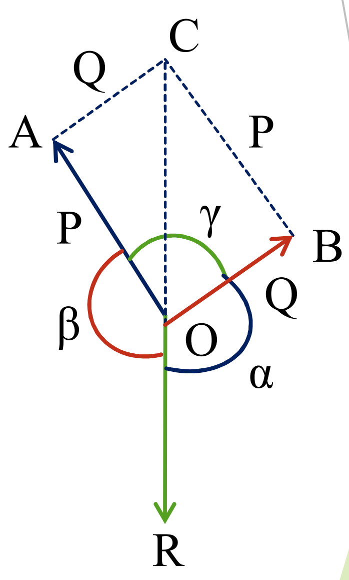
সাধারন আলোচনা



$$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{BC}{\sin\beta} = \frac{CA}{\sin\gamma}$$

ল্যামির সূত্রের প্রতিপাদন

❖ মনে করি, P, Q ও R বল তিনটি O বিন্দুতে ভারসাম্য সৃষ্টি করেছে এবং এদের বিপরিত কোণগুলো যথাক্রমে α, β এবং γ ।



চিত্র হতে পাই, OA = BC = P এবং OB = AC = Q

এখন, $<AOC = 180^0 – \beta$

$<ACO = <BOC = 180^0 – \alpha$

$<CAO = 180^0 – (<AOC+<ACO)$

$= 180^0 – (180^0 – \beta + 180^0 – \alpha)$

$= 180^0 – 180^0 + \beta - 180^0 + \alpha$

$= \alpha + \beta - 180^0$

ল্যামির সূত্রের প্রতিপাদন

❖ কিন্তু $\alpha + \beta + \gamma = 360^0$

$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 360^0$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 180^0 + 180^0 - \gamma$

$\Rightarrow \alpha + \beta - 180^0 = 180^0 - \gamma$

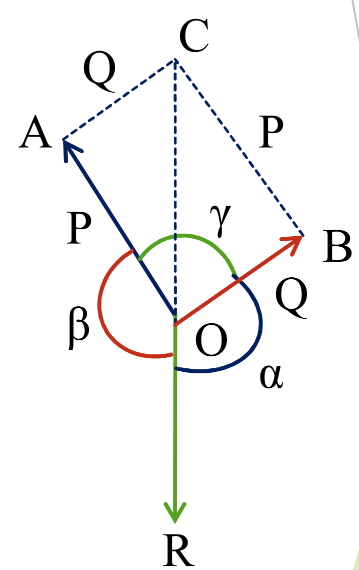
সুতরাং $\angle CAO = 180^0 - \gamma$

এখন, ত্রিকোণমিতির সূত্রানুসারে ΔAOC হতে পাই,

$$\frac{OA}{\sin\angle ACO} = \frac{AC}{\sin\angle AOC} = \frac{OC}{\sin\angle CAO}$$

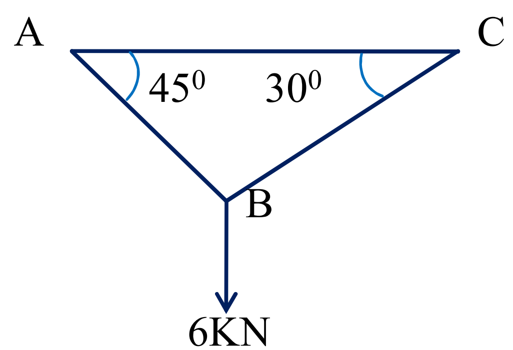
$$\Rightarrow \frac{P}{\sin(180^0 - \alpha)} = \frac{Q}{\sin(180^0 - \beta)} = \frac{R}{\sin(180^0 - \gamma)}$$

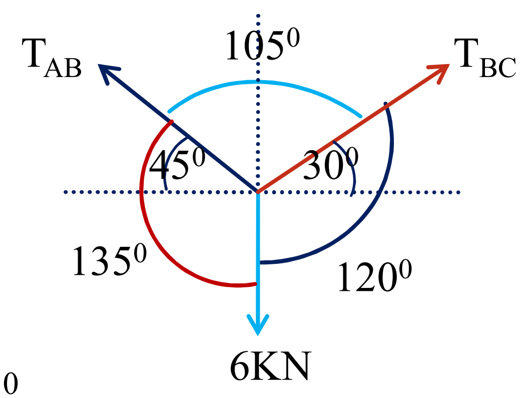
$$\Rightarrow \frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$



ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-১ ঃ একই অনুভূমিক তলে A ও C বিন্দু হতে AB ও BC তার দুটির সাহায্যে 6KN ওজন ঝুলানো আছে। তার দুটি অনুভূমিক তলের সাথে যথাক্রমে 30^0 ও 45^0 কোণ সৃষ্টি করে। তার দুটোর টানের পরিমান নির্ণয় কর।





$$45^0 + 90^0 = 135^0$$
$$30^0 + 90^0 = 120^0$$
$$360^0 - 135^0 - 120^0 = 105^0$$

ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

এখন, $\dfrac{T_{AB}}{\sin 120^0} = \dfrac{T_{BC}}{\sin 135^0} = \dfrac{6}{\sin 105^0}$

সুতরাং $\dfrac{T_{AB}}{\sin 120^0} = \dfrac{6}{\sin 105^0}$

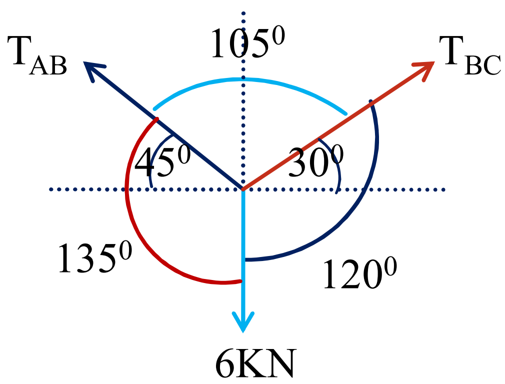
$\Rightarrow \mathrm{T_{AB}} = \dfrac{6 \times \sin 120^0}{\sin 105^0}$

$\Rightarrow \mathrm{T_{AB}} = 5.38$ KN (Ans)

আবার $\dfrac{T_{BC}}{\sin 135^0} = \dfrac{6}{\sin 105^0}$

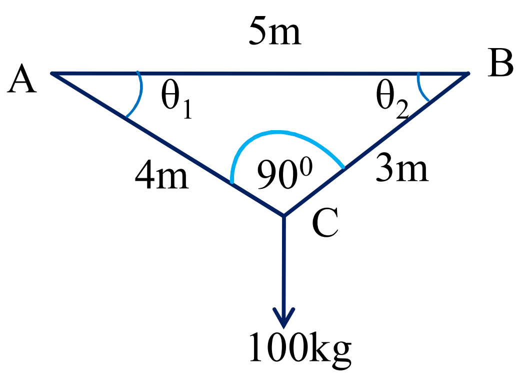
$\Rightarrow \mathrm{T_{BC}} = \dfrac{6 \times \sin 135^0}{\sin 105^0}$

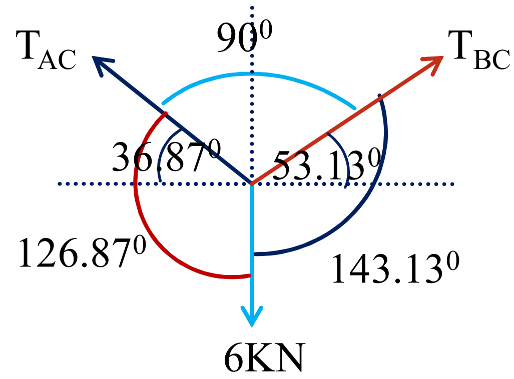
$\Rightarrow \mathrm{T_{BC}} = 4.39$ KN (Ans)



ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-২ ঃ AB একটি অনুভূমিক বীমের দৈর্ঘ্য 5m। A এবং B বিন্দু হতে যথাক্রমে AC এবং BC তারের সাহায্যে 100kg ওজন C বিন্দুতে ঝুলানো রয়েছে। যদি AC এবং BC তারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4m এবং 3m হয়, তবে AC এবং BC তারের টানের পরিমান নির্ণয় কর।





$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.87^0$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53.13^0$$

$$36.87^0 + 90^0 = 126.87^0$$

$$53.13^0 + 90^0 = 143.13^0$$

ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

এখন, $\dfrac{T_{AC}}{\sin 143.13^0} = \dfrac{T_{BC}}{\sin 126.87^0} = \dfrac{100}{\sin 90^0}$

সুতরাং $\dfrac{T_{AC}}{\sin 143.13^0} = \dfrac{100}{\sin 90^0}$

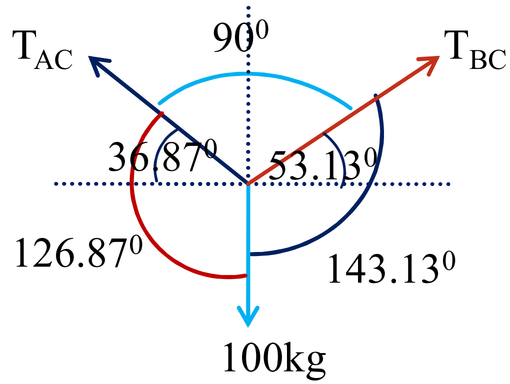
$\Rightarrow T_{AC} = \dfrac{100 \times \sin 143.13^0}{\sin 90^0}$

$\Rightarrow T_{AC} = 60 \text{ kg (Ans)}$

আবার $\dfrac{T_{BC}}{\sin 126.87^0} = \dfrac{100}{\sin 90^0}$

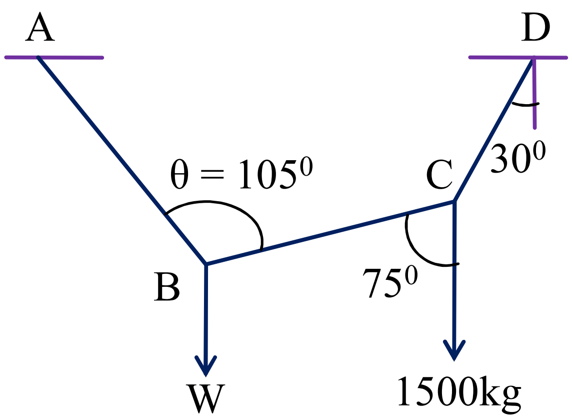
$\Rightarrow T_{BC} = \dfrac{100 \times \sin 126.87^0}{\sin 90^0}$

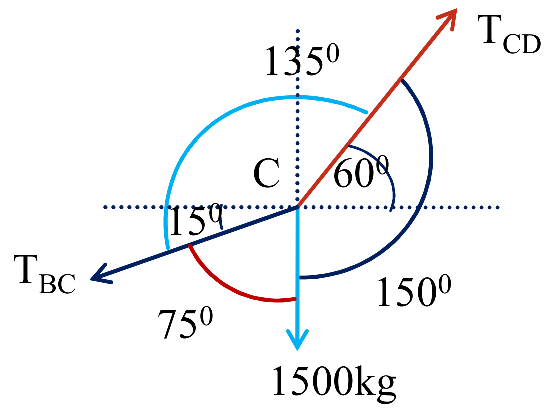
$\Rightarrow T_{BC} = 80 \text{ kg (Ans)}$



ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-৩ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত তার দিয়ে দুটি ওজন ঝুলানো অবস্থায় আছে। $\theta = 105^0$ হলে AB, BC ও CD-তে টানের পরিমাণ ও ওজন W এর মান নির্ণয় কর।





$60^0 + 90^0 = 150^0$

$360^0 - 150^0 - 75^0 = 135^0$

ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

এখন, $\dfrac{T_{BC}}{\sin 150^0} = \dfrac{T_{CD}}{\sin 75^0} = \dfrac{1500}{\sin 135^0}$

সুতরাং $\dfrac{T_{BC}}{\sin 150^0} = \dfrac{1500}{\sin 135^0}$

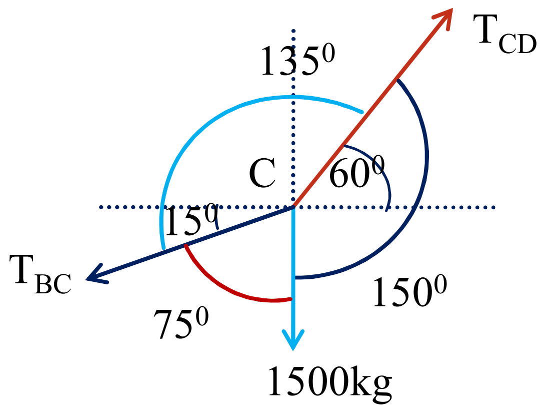
$\Rightarrow T_{BC} = \dfrac{1500 \times \sin 150^0}{\sin 135^0}$

$\Rightarrow T_{BC} = 1060.66$ kg (Ans)

আবার $\dfrac{T_{CD}}{\sin 75^0} = \dfrac{1500}{\sin 135^0}$

$\Rightarrow T_{CD} = \dfrac{1500 \times \sin 75^0}{\sin 135^0}$

$\Rightarrow T_{CD} = 2049.04$ kg (Ans)



ল্যামির সূত্রের সমস্যাবলির সমাধান

এখন, $\dfrac{T_{AB}}{\sin 105^0} = \dfrac{T_{BC}}{\sin 150^0} = \dfrac{W}{\sin 105^0}$

সুতরাং $\dfrac{T_{AB}}{\sin 105^0} = \dfrac{T_{BC}}{\sin 150^0}$

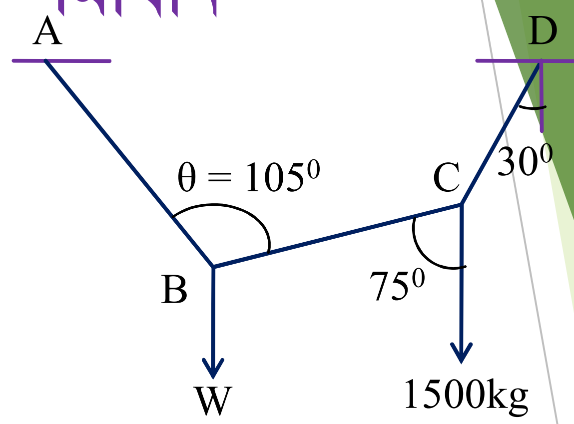
$$\Rightarrow T_{AB} = \frac{1060.66 \times \sin 105^0}{\sin 150^0}$$

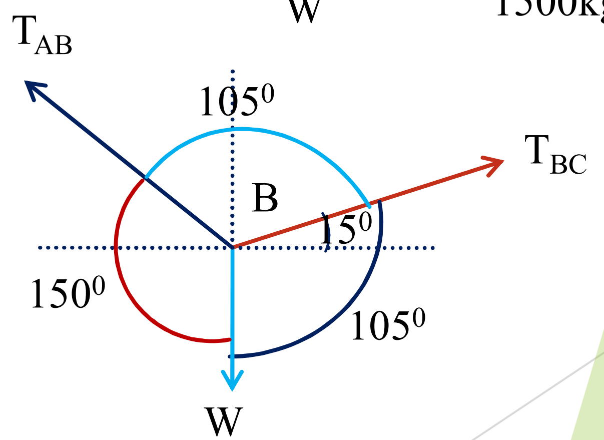
$$\Rightarrow T_{AB} = 2049.04 \text{ kg (Ans)}$$

আবার $\dfrac{W}{\sin 105^0} = \dfrac{T_{BC}}{\sin 150^0}$

$$\Rightarrow W = \frac{1060.66 \times \sin 105^0}{\sin 150^0}$$

$$\Rightarrow W = 2049.04 \text{ kg (Ans)}$$

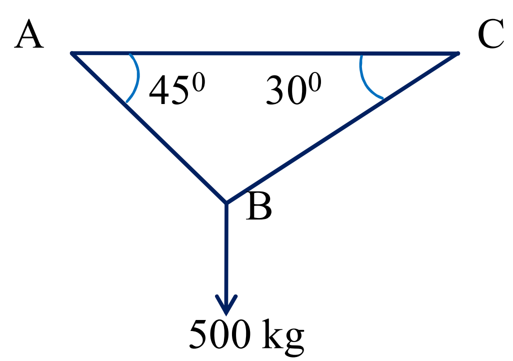




বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ ঃ ল্যামির সূত্রটি প্রমাণ কর।

প্রশ্ন-২ ঃ একই অনুভূমিক তলে A ও C বিন্দু হতে AB ও BC তার দুটির সাহায্যে 500kg ওজন ঝুলানো আছে। তার দুটি অনুভূমিক তলের সাথে যথাক্রমে 30^0 ও 45^0 কোণ সৃষ্টি করে। তার দুটোর টানের পরিমান নির্ণয় কর।



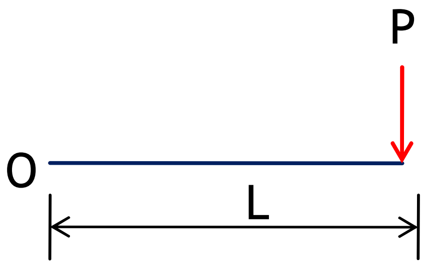
অধ্যায়-৩ ঃ বলের মোমেন্ট (Moment of Force)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ বলের মোমেন্ট
- ❖ মোমেন্টের প্রকারভেদ
- ❖ ভেরিগননের মোমেন্ট নীতি
- ❖ বলের মোমেন্ট নির্ণয় পদ্ধতি
- ❖ মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

বলের মোমেন্ট (Moment of Force)

- ❖ বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের ঘূর্ণন ক্রিয়াকে ঐ বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক (Moment of Force) বলে। অর্থাৎ কোন একটি বল যদি কোন বস্তুকে একটি নির্দিষ্ট স্থান হতে লম্ব দূরত্বে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে ঐ ঘুরানো প্রবণতার পারমাণকে প্রযুক্ত বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক বলে। মোমেন্টকে M দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- ❖ এককথায়, মোমেন্ট = বল × লম্ব দূরত্ব
- ❖ মোমেন্টের একক kg-m

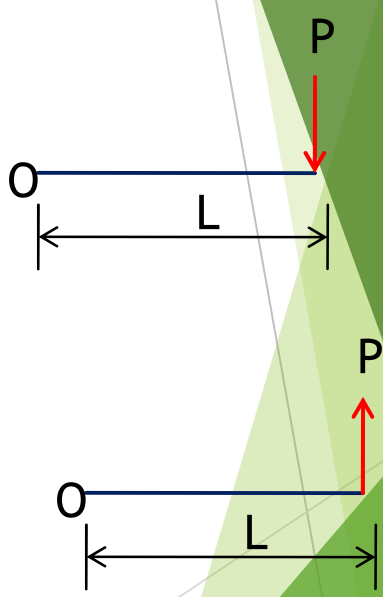


মোমেন্টের প্রকারভেদ (Types of Moment)

❖ মোমেন্ট দুই প্রকার-

১. ধনাত্বক মোমেন্ট (Clockwise Moment) ঃ কোন বল যদি নির্দিষ্ট লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুকে ঘরির কাঁটার দিকে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে বলের এরুপ ঘুর্ণন ক্রিয়াকে ধনাত্বক মোমেন্ট (Clockwise Moment) বলে।

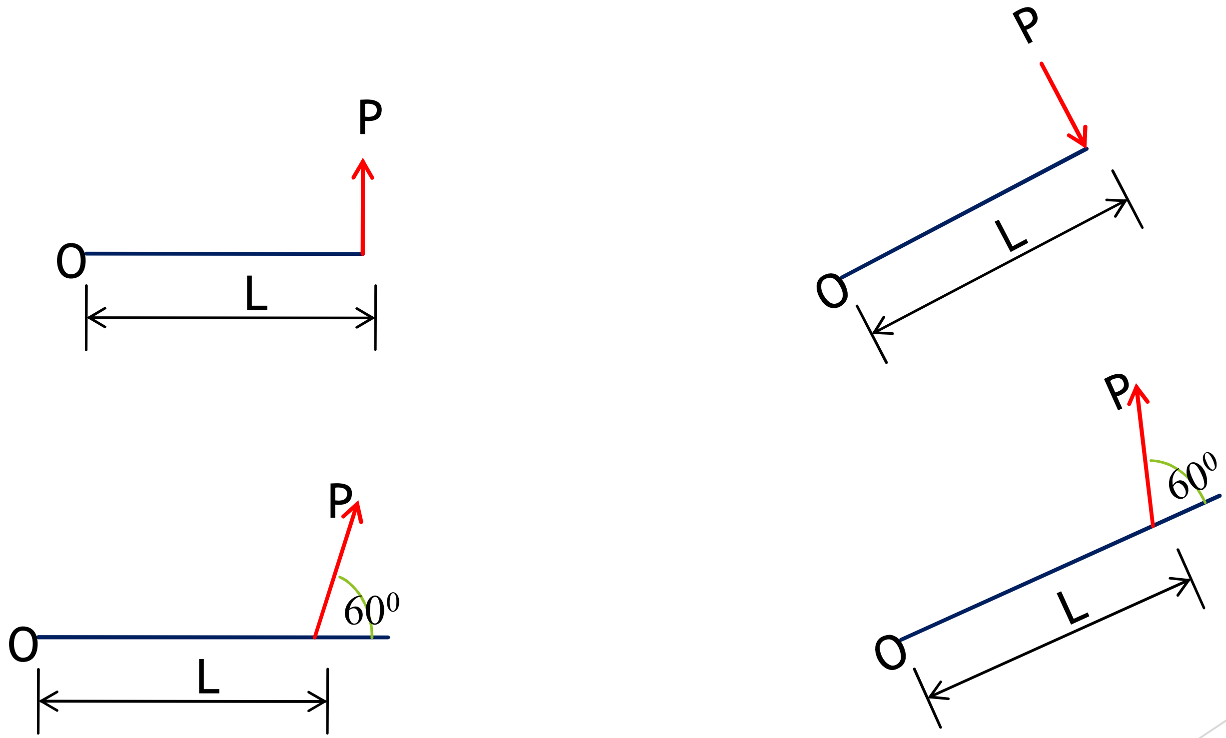
২. ঋনাত্বক মোমেন্ট (Anticlockwise Moment) ঃ কোন বল যদি নির্দিষ্ট লম্ব দূরত্বে থেকে বস্তুকে ঘরির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরায় বা ঘুরাতে চায়, তাহলে বলের এরুপ ঘুর্ণন ক্রিয়াকে ঋনাত্বক মোমেন্ট (Anticlockwise Moment) বলে।



ভেরিগননের মোমেন্ট নীতি

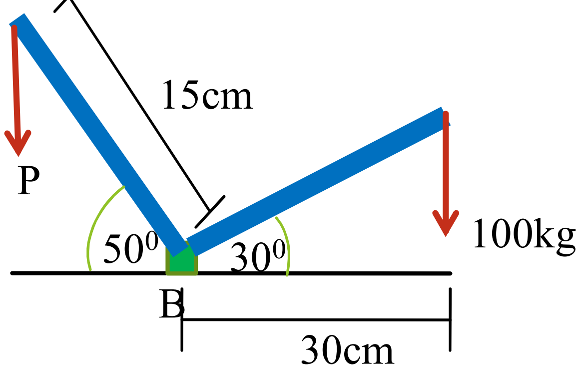
- যদি কোন বস্তুর উপর একাধিক সমতলীয় বল একই সাথে ক্রিয়ারত থাকে, তবে যেকোন বিন্দু হতে সকল বলের মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল হবে একই বিন্দু সাপেক্ষে উক্ত বলগুলোর লব্ধির মোমেন্টর সমান।
- অর্থাৎ লব্ধি বলের মোমেন্ট = বলগুলোর মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল

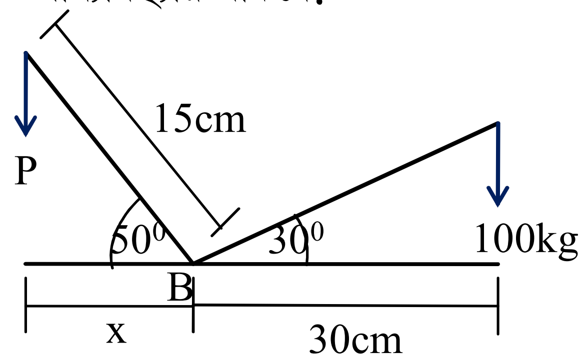
মোমেন্ট নির্ণয়



মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-১ ঃ চিত্রের ক্র্যাংটিতে P বলের মান কত হলে এটি সাম্যাবস্থ্যায় থাকবে?





$$\sum M_B = 0 \ (+\circlearrowright)$$

$$\Rightarrow +100\times 30 - P\times 15\cos 50^0 = 0$$

$$\Rightarrow P\times 15\cos 50^0 = 3000$$

$$\Rightarrow P = \frac{3000}{15\cos 50^0}$$

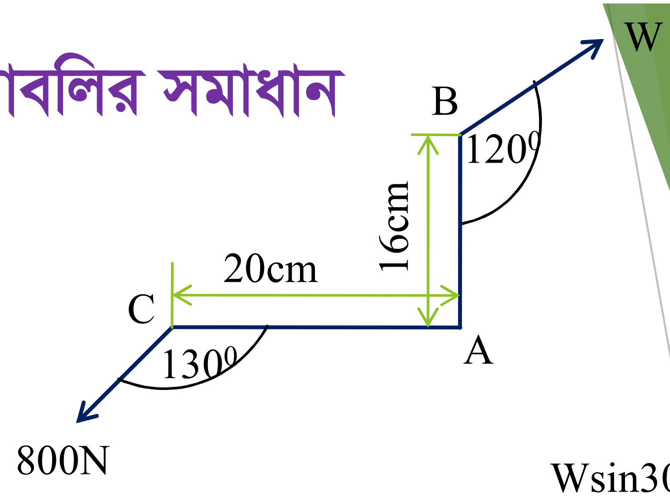
$$\Rightarrow P = 311.14 \text{ kg (Ans)}$$

$$\cos 50^0 = \frac{x}{15}$$

$$\Rightarrow x = 15\cos 50^0$$

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-২ ঃ নিম্নের চিত্র হতে W বলের মান নির্ণয় কর?



$\sum M_A = 0\ (+\circlearrowright)$

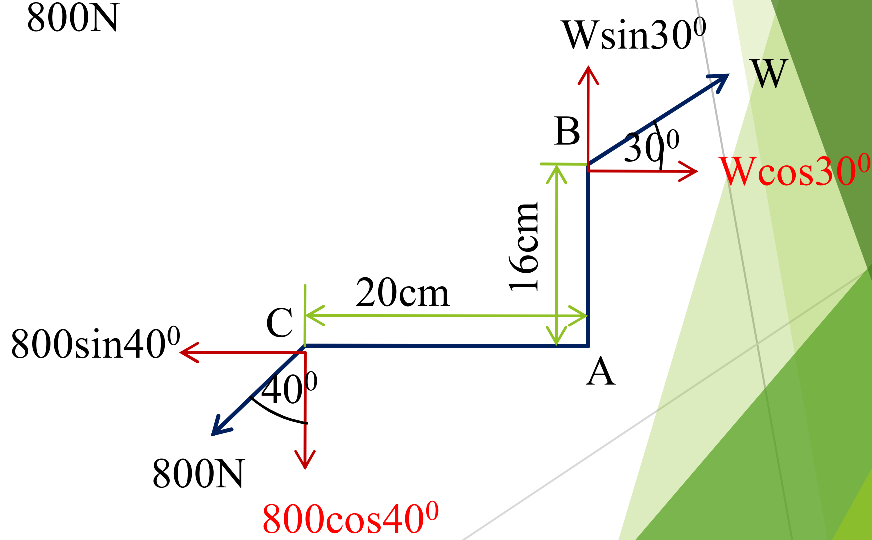
$\Rightarrow + W\cos30^0 \times 16 - 800\cos40^0 \times 20 = 0$

$\Rightarrow W\cos30^0 \times 16 = 800\cos40^0 \times 20$

$\Rightarrow 13.86W = 12256.71$

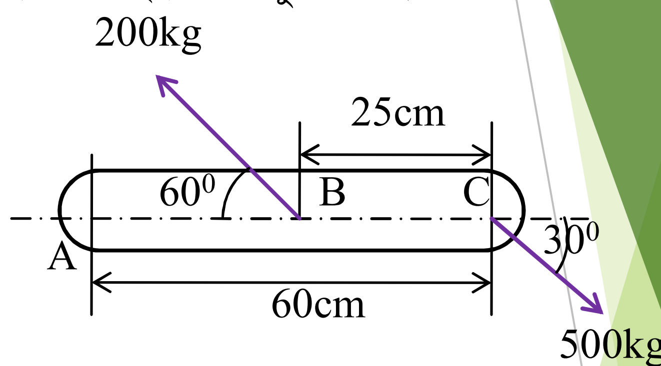
$\Rightarrow W = \dfrac{12256.71}{13.86}$

$\Rightarrow W = 884.32$ N (Ans)



মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-৩ ঃ নিম্নের চিত্র অনুযায়ী একটি ক্র্যাংকের উপর দুটি বল কাজ করছে। A বিন্দুতে বলদ্বয়ের মোমেন্ট কত এবং ক্র্যাংকটি কোন দিকে ঘুরবে?

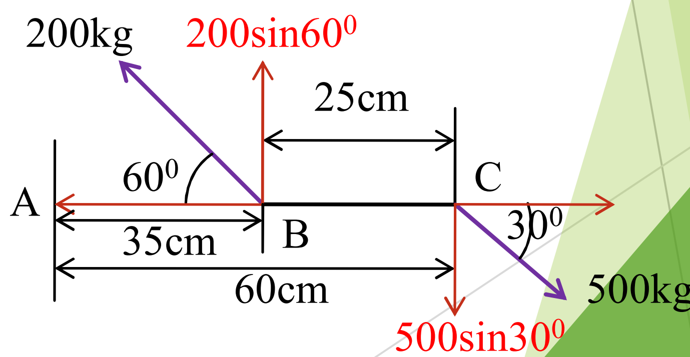


$\sum M_A(+\curvearrowright)$

$= -200\sin60^0 \times 35 + 500\sin30^0 \times 60$

$= -6062.18 + 15000$

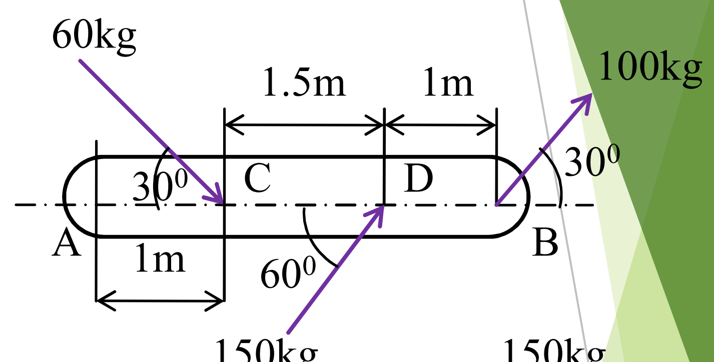
$= 8937.82$ kg-cm (Ans)



এখন, A বিন্দুতে বলদ্বয়ের মোমেন্ট ধনাত্বক বলে ক্র্যাংকটি ঘরির কাঁটার দিকে ঘুরবে। (Ans)

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-৪ ঃ নিম্নের চিত্র অনুযায়ী AB ক্র্যাংকের উপর তিনটি বল কাজ করছে। ক্র্যাংকটির A প্রান্তের মোমেন্টের মান ও দিক নির্ণয় কর।



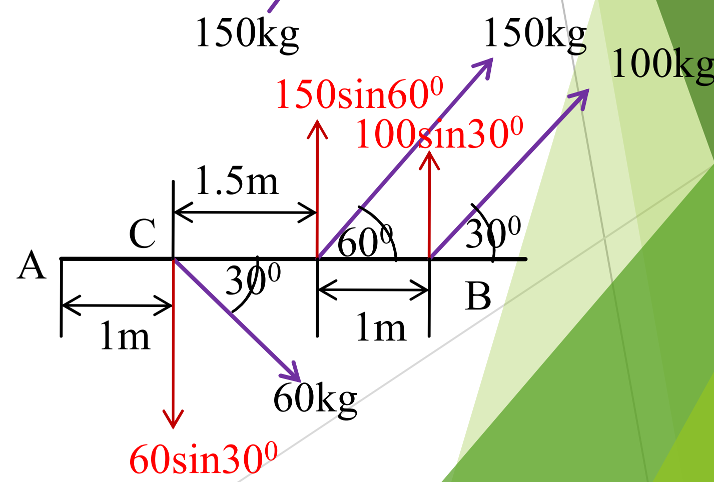
$\sum M_A(+\circlearrowright)$

$= +\,60\sin30^0\times1 - 150\sin60^0\times2.5 - 100\sin30^0\times3.5$

$= +\,30 - 324.76 - 175$

$= -\,469.76$ kg-m (Ans)

এখন, A বিন্দুতে বলদ্বয়ের মোমেন্ট ঋনাত্বক বলে ক্র্যাংকটি ঘরির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরবে। (Ans)

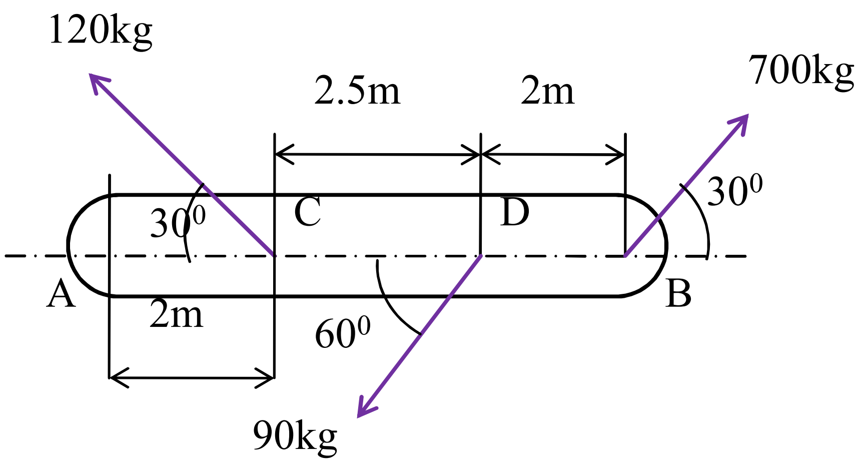


বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ ঃ বলের মোমেন্ট বলতে কি বুঝ?

প্রশ্ন-২ ঃ মোমেন্ট কত প্রকার ও কী কী?

প্রশ্ন-৩ ঃ নিম্নের চিত্র অনুযায়ী AB ক্র্যাংকের উপর তিনটি বল কাজ করছে। ক্র্যাংকটির A প্রান্তের মোমেন্টের মান ও দিক নির্ণয় কর।



অধ্যায়-৩ ঃ বলের মোমেন্ট (Moment of Force)

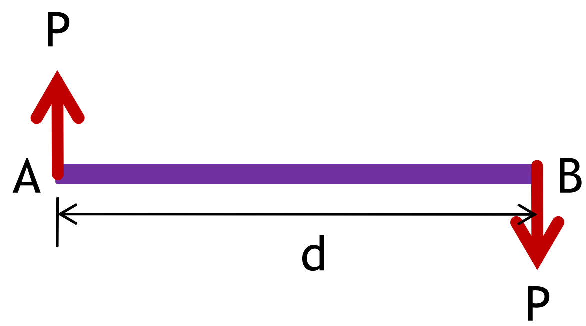
আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ যুগল বা জোড়
- ❖ যুগল বা জোড়ের বৈশিষ্ট্য
- ❖ লিভার
- ❖ লিভারের যান্ত্রিক সুবিধা
- ❖ লিভারের নীতিমালা
- ❖ মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

যুগল (Couple)

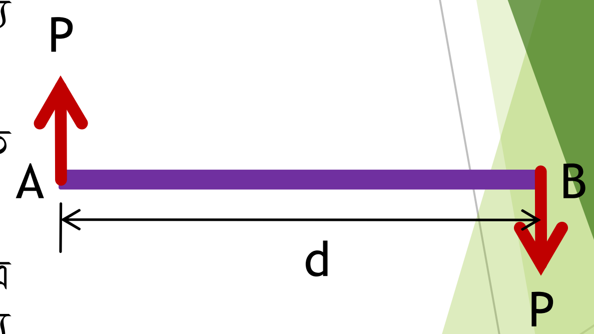
- যখন একটি বস্তুর উপর দুটি বিন্দুতে সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করে, কিন্তু এদের ক্রিয়া একই সরলরেখা বরাবর কাজ করে না, তখন এরা একটি জোড় বা যুগল সৃষ্টি করে। অর্থাৎ কোন বস্তুর উপর ক্রিয়ারত দুটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী এবং একই সরলরেখায় ক্রিয়াশীল নয়, এরুপ দুটি বলকে জোড় বা যুগল বলে।
- জোড়ের মোমেন্ট = বল × জোড়ের বাহু
- $M = P \times AB = P \times d$
- এখানে, P = বল

  d = জোড়ের বাহু



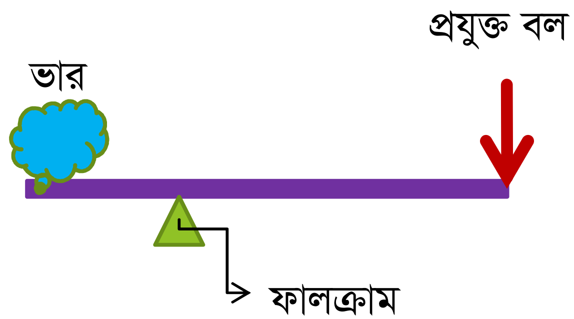
যুগল বা জোড়ের বৈশিষ্ট্য

- জোড় সৃষ্টিকারী বল দুটির বীজগাণিতিক যোগফল শূন্য হবে।
- জোড় সৃষ্টিকারী বল দুটির সমতলে অবস্থিত যেকোন বিন্দুতে এদের মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফল সমান হবে।
- একই সমতলে ক্রিয়ারত একটি বল এবং একটি জোড় ভারসাম্য সৃষ্টি করতে পারে না।
- একই সমতলে ক্রিয়ারত দুটি জোড়ের মোমেন্ট সমান ও বিপরীত হলে এরা পরস্পর ভারসাম্য সৃষ্টি করবে।
- একই সমতলে ক্রিয়ারত যেকোন সংখ্যক জোড়, একটি মাত্র জোড়ের সমান হতে পারে এবং উক্ত জোড়ের মোমেন্ট, অন্যান্য জোড় গুলির মোমেন্টের বীজগাণিতিক যোগফলের সমান।
- একটি জোড়ের পরিবর্তে সর্বদা এর সমতুল্য ওপর একটি জোড় সৃষ্টি করা যায়।



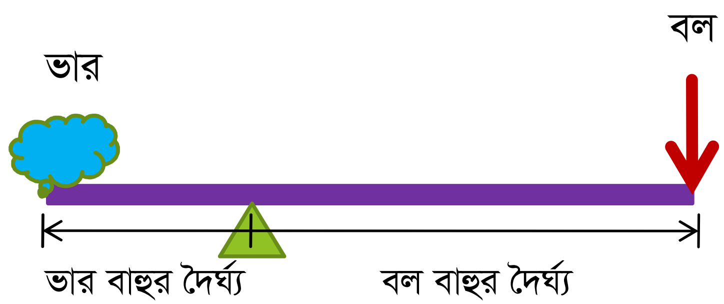
লিভার

- লিভার একটি সরল যন্ত্র, যার সাহায্যে অল্প বল প্রয়োগ করে অনেক বেশি ভারকে উপরে তোলা যায়।
- লিভারের যান্ত্রিক সুবিধা = $\dfrac{\text{ভার}}{\text{প্রযুক্ত বল}}$



লিভারের নীতিমালা

- বল × বল বাহুর দৈর্ঘ্য = ভার × ভার বাহুর দৈর্ঘ্য
- $\dfrac{\text{ভার}}{\text{বল}} = \dfrac{\text{বল বাহুর দৈর্ঘ্য}}{\text{ভার বাহুর দৈর্ঘ্য}}$



বলের মোমেন্টের পরিমাণ, উক্ত বল এবং লম্ব দূরত্ব দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুন।

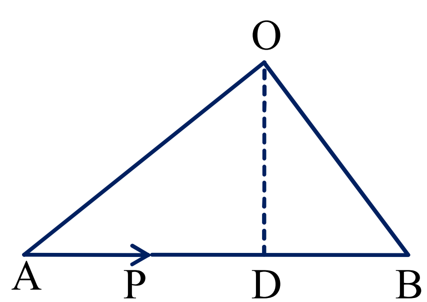
মনে করি, AB রেখাটি P বলের মান ও দিক নির্দেশ করছে। চিত্রানুযায়ী O বিন্দুর চারিদিকে P বলের আবর্তন প্রবণতার পরিমান অর্থাৎ মোমেন্ট নির্ণয় করতে হবে।
এখন, O বিন্দু হতে P বলের ক্রিয়া রেখার উপর OD লম্ব আঁকি। O বিন্দুর সাপেক্ষে
P বলের মোমেন্ট = বল × লম্ব দূরত্ব

$\Rightarrow M = P \times OD$

$\Rightarrow M = AB \times OD$

$\Rightarrow M = 2 \times (\frac{1}{2} \times AB \times OD)$

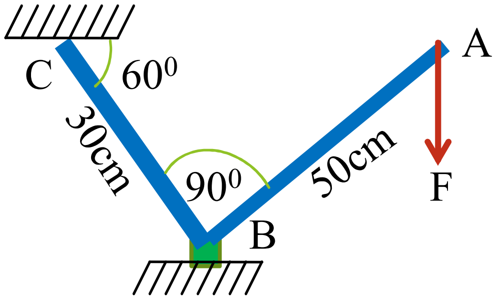
$\Rightarrow M = 2 \times \Delta AOB$ এর ক্ষেত্রফল

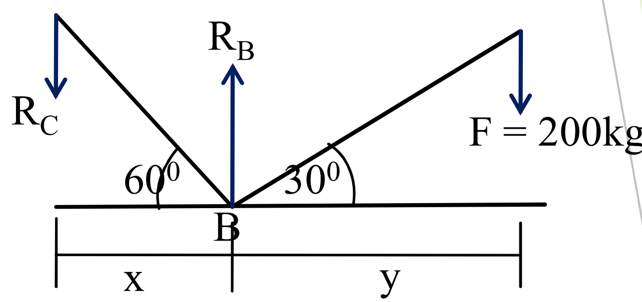


অর্থাৎ, কোন স্থির বিন্দুর সাপেক্ষে একটি বলের মোমেন্ট, ঐ বিন্দু ও প্রদত্ত বলটির নির্দেশক সরলরেখা প্রাপ্ত বিন্দুদ্বয়ের গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুন হবে। (প্রমাণিত)

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-১ ঃ নিম্নের চিত্র অনুযায়ী বেল ক্র্যাংক-এ F = 200kg । এতে B এবং C বিন্দুতে প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয় কর ।





$\sum M_B = 0 \; (+\curvearrowright)$

$\Rightarrow +F\times 50\cos30^0 - R_C\times 30\cos60^0 = 0$

$\Rightarrow R_C\times 30\cos60^0 = 200\times 50\cos30^0$

$\Rightarrow R_C = \dfrac{8660.25}{30\cos 60^0}$

$\Rightarrow R_C = 577.35 \text{ kg (Ans)}$

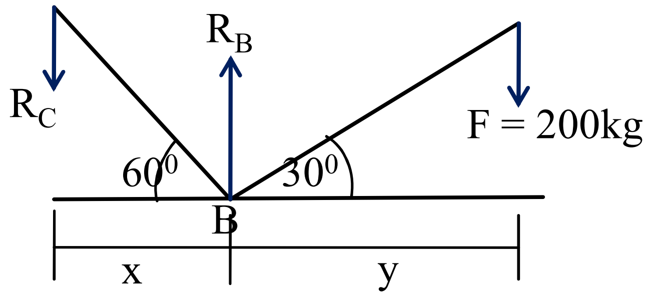
$\cos60^0 = \dfrac{x}{30}$

$\Rightarrow x = 30\cos60^0$

$\cos30^0 = \dfrac{y}{50}$

$\Rightarrow y = 50\cos30^0$

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



$\sum V = 0 \; (+\uparrow)$

$\Rightarrow - R_C + R_B - 200 = 0$

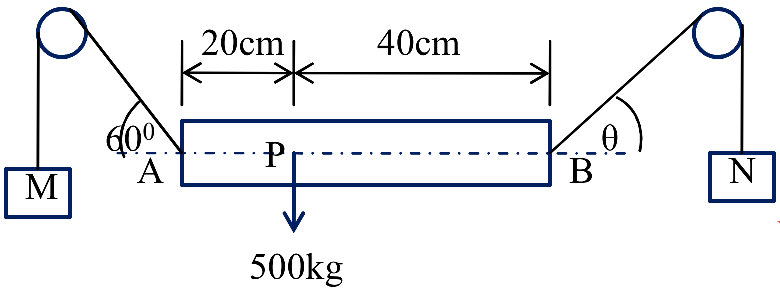
$\Rightarrow - 577.35 + R_B - 200 = 0$

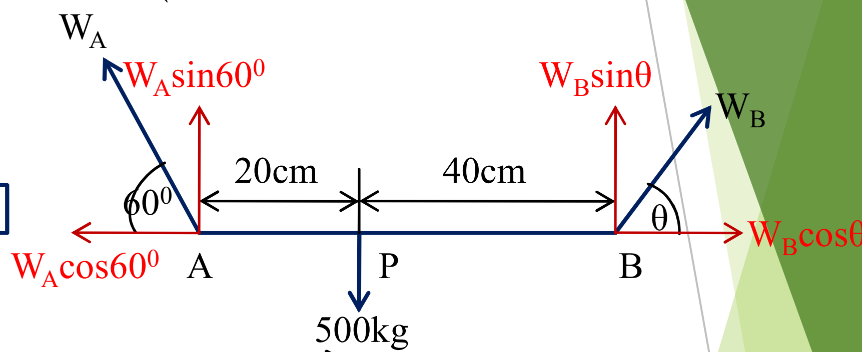
$\Rightarrow R_B - 777.35 = 0$

$\Rightarrow R_B \;= 777.35$ kg (Ans)

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-২ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত AB দন্ডটির P বিন্দুতে 500kg ওজন বহন করছে। দন্ডটি সাম্যাবস্থায় থাকলে M ও N বিন্দুতে ওজন এবং θ এর মান নির্ণয় কর। পুলিদ্বয় ঘর্ষণ বিহীন।





$\sum M_B = 0\ (+\curvearrowright)$

$\Rightarrow +W_A\sin60^0 \times 60 - 500 \times 40 = 0$

$\Rightarrow 51.96W_A = 20000$

$\Rightarrow W_A = \dfrac{20000}{51.96}$

$\Rightarrow W_A = M = 384.91$ kg (Ans)

$\sum M_A = 0\ (+\curvearrowright)$

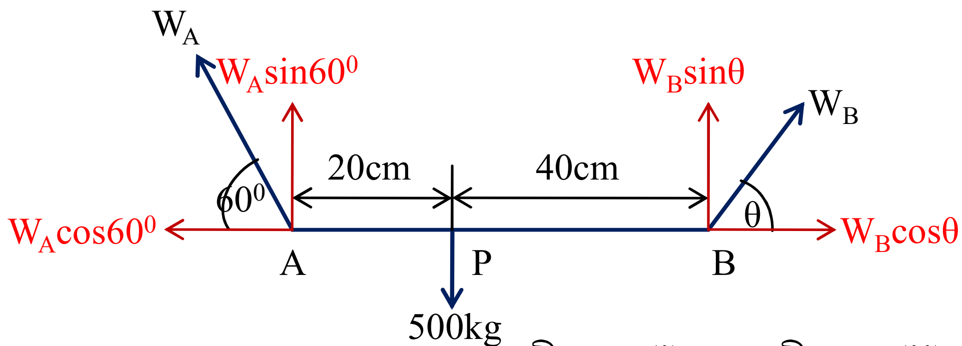
$\Rightarrow -W_B\sin\theta \times 60 + 500 \times 20 = 0$

$\Rightarrow W_B\sin\theta \times 60 = 10000$

$\Rightarrow W_B\sin\theta = \dfrac{10000}{60}$

$\Rightarrow W_B\sin\theta = 166.67$ ....(i)

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



$\sum H = 0$ ($\longrightarrow$ +)

$\Rightarrow W_B\cos\theta - W_A\cos 60^0 = 0$

$\Rightarrow W_B\cos\theta = W_A\cos 60^0$

$\Rightarrow W_B\cos\theta = 384.91 \times 0.5$

$\Rightarrow W_B\cos\theta = 192.46$..............(ii)

সমীকরণ (i) কে সমীকরণ (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{W_B \sin\theta}{W_B \cos\theta} = \frac{166.67}{192.46}$$

$\Rightarrow \tan\theta = 0.866$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(0.866) = 40.89^0$ (Ans)

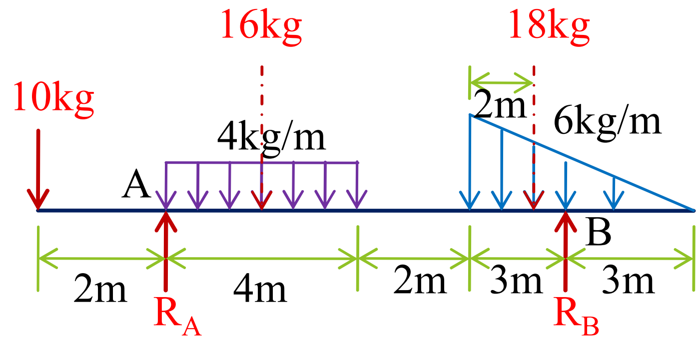
θ এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$W_B\sin 40.89^0 = 166.67$

$\Rightarrow W_B = \dfrac{166.67}{\sin 40.89^0} = 254.45$ kg (Ans)

মোমেন্ট সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

প্রশ্ন-৩ ঃ চিত্র অনুযায়ী বিমের উপর লোডের অবস্থান অনুযায়ী A এবং B সাপোর্টের প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয় কর।



$\sum M_A = 0\ (+\circlearrowright)$

$\Rightarrow -10 \times 2 + 16 \times 2 + 18 \times 8 - R_B \times 9 = 0$

$\Rightarrow -20 + 32 + 144 - R_B \times 9 = 0$

$\Rightarrow R_B \times 9 = 156$

$\Rightarrow R_B = 17.33$ kg (Ans)

$\sum V = 0\ (\uparrow +)$

$\Rightarrow -10 + R_A - 16 - 18 + 17.33 = 0$

$\Rightarrow R_A - 26.67 = 0$

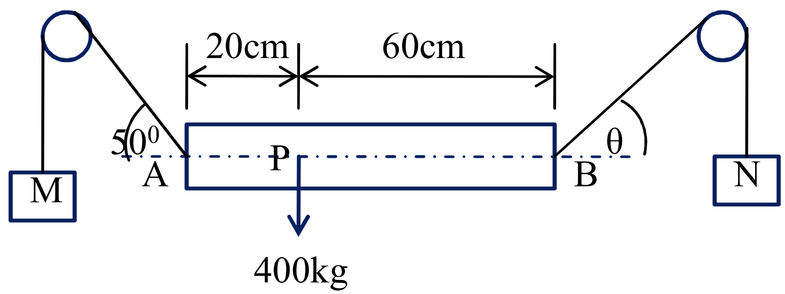
$\Rightarrow R_A = 26.67$ kg (Ans)

বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ ঃ যুগল বলতে কী বুঝ? যুগলের বৈশিষ্ট্য গুলো লেখ।

প্রশ্ন-২ ঃ লিভারের যান্ত্রিক সুবিধা বলতে কী বুঝ? এটি কিভাবে বৃদ্ধি করা যায়?

প্রশ্ন-৩ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত AB দন্ডটির P বিন্দুতে 400kg ওজন বহন করছে। দন্ডটি সাম্যাবস্থায় থাকলে M ও N বিন্দুতে ওজন এবং θ এর মান নির্ণয় কর। পুলিদ্বয় ঘর্ষণ বিহীন।



অধ্যায়-৪ ঃ ঘর্ষণ (Friction)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ঘর্ষণ বা ঘর্ষণ বল
- ঘর্ষণের প্রকারভেদ
- সীমিত ঘর্ষণ
- স্থির ঘর্ষণ ও চল ঘর্ষণ এর মধ্যে পার্থক্য
- ঘর্ষণের ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য
- ঘর্ষণ কোণ ও ঘর্ষণ সহগ
- অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ নির্ণয়
- অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

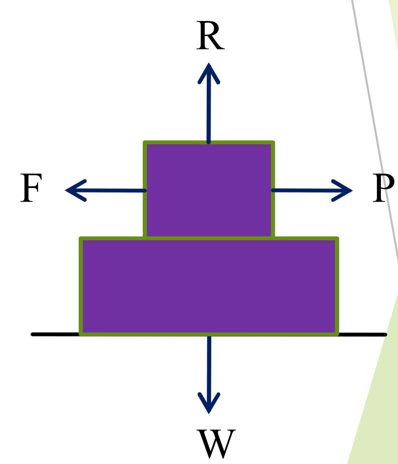
ঘর্ষণ বা ঘর্ষণ বল (Friction or Frictional Force)

❖ একটি স্থির তলের উপর অন্য একটি বস্তু বা পাশাপাশি দুটি বস্তু একে ওপরের সংস্পর্শে থেকে চলতে থাকে বা চলতে চেষ্টা করে, তখন এদের মিলন তলে গতির বিপরিত দিকে যে বল বাধা প্রদান করে, তাকে অর্থাৎ বাধা প্রদানকারী বলকেই ঘর্ষণ বল বা ঘর্ষণ বলে।

❖ প্রকারভেদ ঃ প্রধানত দুই প্রকার-

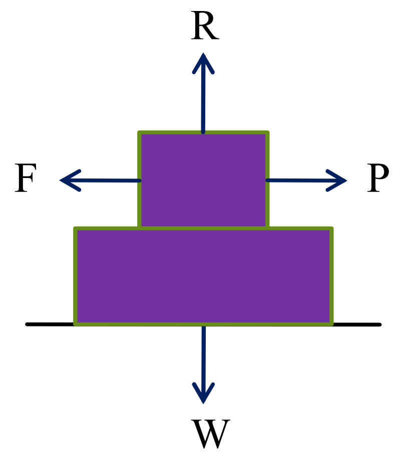
১. স্থির ঘর্ষণ ঃ যখন একটি বস্তু অন্য একটি বস্তুর উপর স্থির অবস্থায় থাকে এবং এদের যেকোন একটিকে গতিশীল করার জন্য বল প্রয়োগ করা হয়, তখন এদের সংস্পর্শ তলে যে ঘর্ষণ বল ঐ গতিকে বাধা প্রদান করে বস্তুটিকে স্থির অবস্থায় রাখার চেষ্টা করে, তাকে স্থির ঘর্ষণ বলে।

২. গতি বা চল ঘর্ষণ ঃ যখন একটি বস্তু অন্য একটি বস্তুর সংস্পর্শে থেকে চলতে থাকে, তখন এদের সংস্পর্শ তলে গতির বিপরীত দিকে যে ঘর্ষণ বল সৃষ্টি হয়, তাকে গতি বা চল ঘর্ষণ বলে।



সীমিত ঘর্ষণ (Limiting Friction)

❖ যে পরিমান বল প্রয়োগে পরস্পরের সংস্পর্শে অবস্থিত দুপি বস্তুর একটি অপরটির উপর দিয়ে কেবলমাত্র গতিশীল হতে শুরু করে, এরুপ গতিশীল হওয়ার মুহূর্তে বাধা দানকারী ঘর্ষণ বলের পরিমাণকে সীমিত ঘর্ষণ বলে।



স্থির ঘর্ষণ ও চল ঘর্ষণ এর মধ্যে পার্থক্য

স্থির ঘর্ষণ	চল ঘর্ষণ
১। স্থির ঘর্ষণ সর্বদাই বস্তু যে দিকে চলার উপক্রম হয়, তার বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।	১। ঘর্ষণ বল সর্বদা বস্তুর গতির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।
২। সীমিত ঘর্ষণ বলের মান এবং যে কোন দুইটি তলের উপর সৃষ্ট প্রতিক্রিয়া বলের মানের অনুপাত সর্বদা ধ্রুব।	২। ঘর্ষণ বলের মান এবং বস্তুর তলের উলম্ব প্রতিক্রিয়া বলের অনুপাত সর্বদাই একটি ধ্রুব সংখ্যা।
৩। ঘর্ষণ বলের মান বস্তুর উপর প্রয়োগকৃত বলের সমান।	৩। একটি নির্দিষ্ট গতিতে ঘর্ষণ বলের মান সর্বদাই সমান এবং ধ্রুবক।

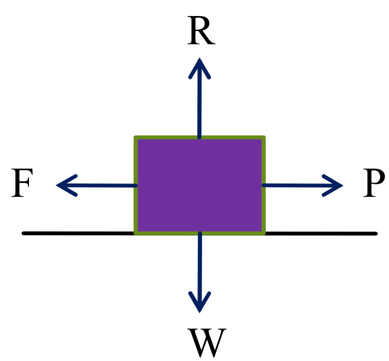
ঘর্ষণের ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য

❖ ঘর্ষণ বা ঘর্ষণ বল সবসময় গতির বিপরীত দিকে কাজ করে ।

❖ ঘর্ষণ ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না ।

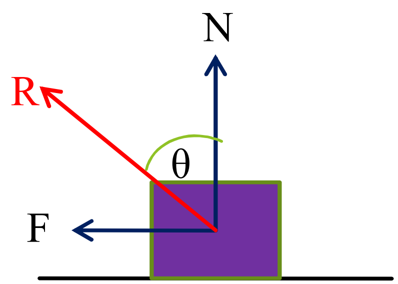
❖ এটি তলের অমসৃণতার উপর নির্ভরশীল ।

❖ লম্ব প্রতিক্রিয়া বল এবং ঘর্ষণ বলের সর্বোচ্চ মান এর অনুপাত ধ্রুব ।



ঘর্ষণ কোণ

❖ কোন তলের লম্ব প্রতিক্রিয়া বল (Normal Force), N এবং মোট প্রতিক্রিয়া বল (Resultant Force), R-এর মধ্যবর্তী কোণকে ঘর্ষণ কোণ বলে।



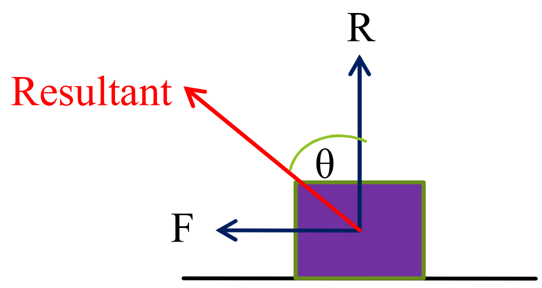
ঘর্ষণ সহগ

❖ দুটি বস্তুর মধ্যকার ঘর্ষণ বল এবং লম্ব প্রতিক্রিয়া বলের অনুপাতকে ঘর্ষণ সহগ বলে। একে μ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

❖ সুতরাং, $F \propto R$

$$\Rightarrow F = \mu R$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{F}{R} = \tan\theta$$



অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ নির্ণয়

- $\sum V = 0 \ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R - W = 0$

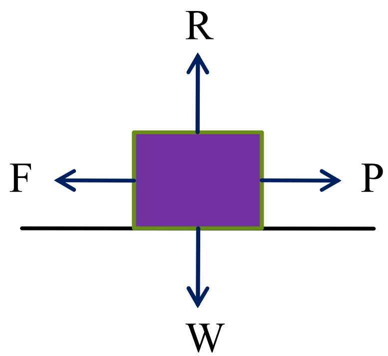
$\Rightarrow W = R$

আবার,

$\sum H = 0 \ (\rightarrow +)$

$\Rightarrow P - F = 0$

$\Rightarrow P = F = \mu R$



অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-১ ঃ একটি কাঠের ব্লক অপর একটি কাঠের টেবিলের উপর স্থির অবস্থায় আছে। চিত্রানুযায়ী 150kg বলে ব্লক টিকে টানা হচ্ছে। যদি বস্তুটির ওজন 1000kg এবং সংস্পর্শ তলের ঘর্ষণ সহগ 0.3 হয় তবে ব্লকটির উপর ঘর্ষণ বলের মান ও দিক নির্ণয় কর।

❖ $\sum V = 0 \ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R - W = 0$

$\Rightarrow R = W = 1000 \text{ kg}$

এখন,

$$\mu = \frac{F}{R}$$

$\Rightarrow F = \mu R$

$\Rightarrow F = 0.3 \times 1000$

$\Rightarrow F = 300 \text{ kg (Ans)}$

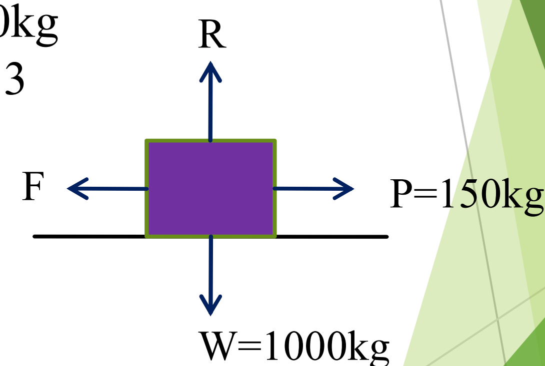
দেওয়া আছে,

ব্লকটির ওজন, $W = 1000\text{kg}$

টানা বল, $P = 150\text{kg}$

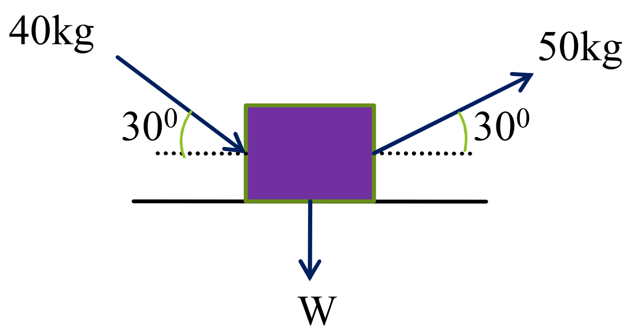
ঘর্ষণ সহগ, $\mu = 0.3$

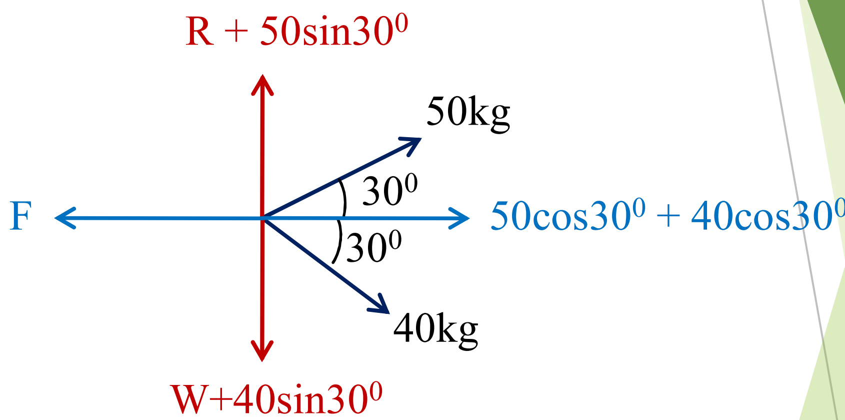
ঘর্ষণ বল, $F = ?$



অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-২ ঃ একজন লোক একটি বাক্সকে অমসৃণ তলের উপর দিয়ে 30^0 কোণে 50kg বল প্রয়োগে টানছে এবং একই সময়ে ওপর একটি লোক 30^0 কোণে 40kg বল প্রয়োগে ঠেলছে। যদি ঘর্ষণ সহগ 0.3 হয়, তবে বাক্সটির ওজন এবং ঘর্ষণ বল নির্ণয় কর।





$\sum H = 0$ $(\rightarrow +)$

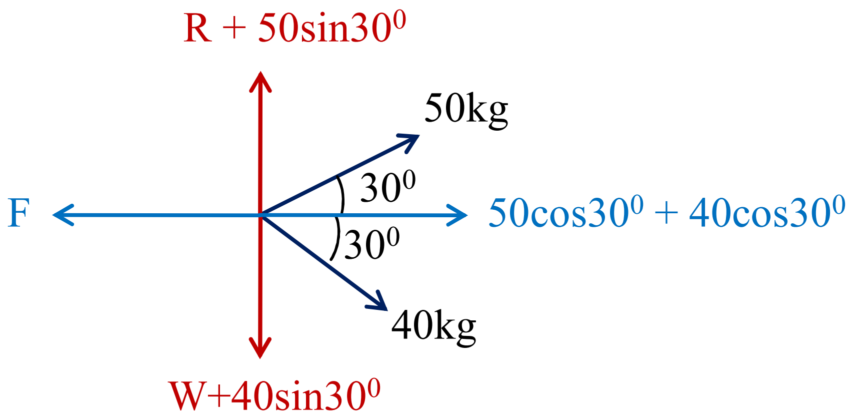
$\Rightarrow 50\cos30^0 + 40\cos30^0 - F = 0$

$\Rightarrow F = 50\cos30^0 + 40\cos30^0$

$\Rightarrow F = 43.30 + 34.64$

$\Rightarrow F = 77.94$ kg (Ans)

অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



$\sum V = 0\ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R + 50\sin 30^0 - (W + 40\sin 30^0) = 0$

$\Rightarrow R + 25 - W - 20 = 0$

$\Rightarrow R - W + 5 = 0$

$\Rightarrow R = W - 5$

এখন,

$F = \mu R$

$\Rightarrow 77.94 = 0.3 \times (W - 5)$

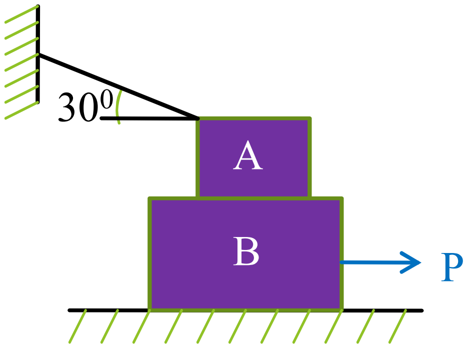
$\Rightarrow 77.94 = 0.3W - 1.5$

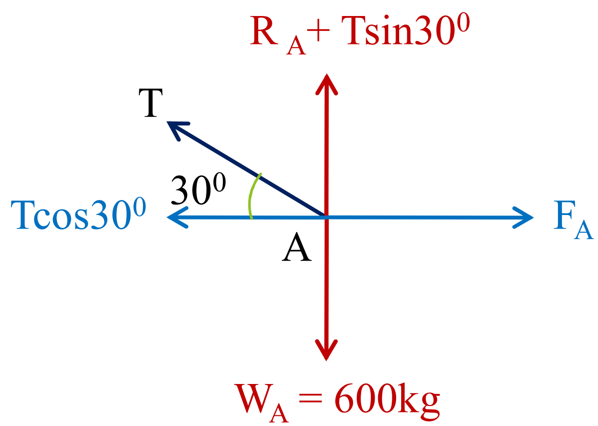
$\Rightarrow 0.3W = 79.44$

$\Rightarrow W = 264.8$ kg (Ans)

অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-৩ ঃ চিত্রানুযায়ী ব্লক দুটির ওজন যথাক্রমে 600kg এবং 900kg। ব্লক দুটি স্যাম্যাবস্থায় আছে। B ব্লককে গতিপ্রাপ্ত করার জন্য P বলের মান নির্ণয় কর। ($\mu = 0.3$)





For Block A,

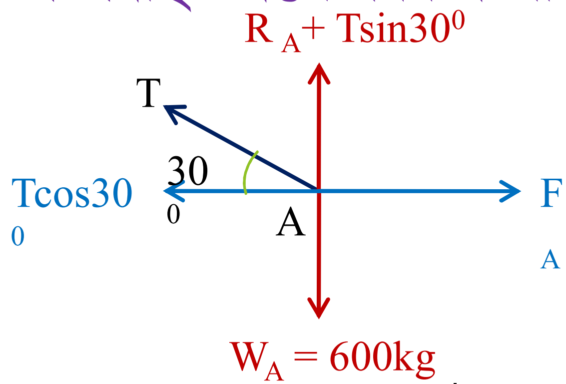
$\sum V = 0 \ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R_A + T\sin 30^0 - W_A = 0$

$\Rightarrow R_A + 0.5T - 600 = 0$

$\Rightarrow R_A = 600 - 0.5T$..............(i)

অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



$\sum H = 0 \ (\rightarrow +)$

$\Rightarrow F_A - T\cos 30^0 = 0$

$\Rightarrow F_A = 0.866T$..................(ii)

এখন,

$F_A = \mu R_A$

$\Rightarrow 0.866T = 0.3 \times (600 - 0.5T)$

$\Rightarrow 0.866T = 180 - 0.15T$

$\Rightarrow 1.016T = 180$

$\Rightarrow T = 177.16$ kg

T এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$F_A = 0.866 \times 177.16$

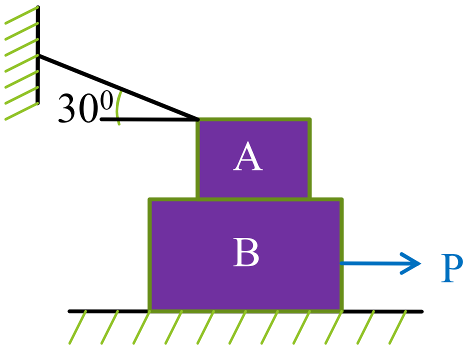
$=> F_A = 153.42$ kg

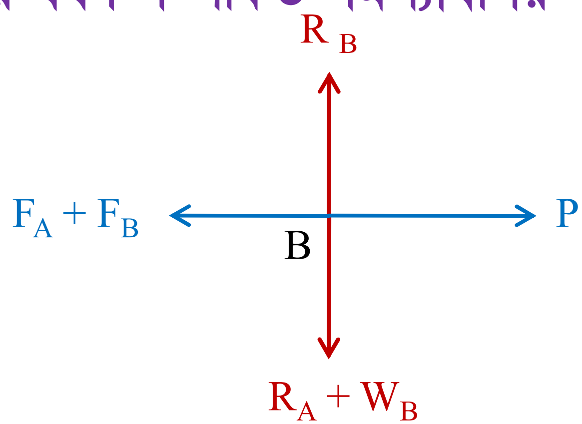
আবার, T এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$R_A = 600 - 0.5 \times 177.16$

$=> R_A = 511.42$ kg

অনুভূমিক তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান





For Block B,

$\sum V = 0\ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R_B - (R_A + W_B) = 0$

$\Rightarrow R_B - 511.42 - 900 = 0$

$\Rightarrow R_B = 1411.42$ kg

এখন,

$F_B = \mu R_B$

$\Rightarrow F_B = 0.3 \times 1411.42$

$\Rightarrow F_B = 423.43$ kg

$\sum H = 0\ (\rightarrow +)$

$\Rightarrow P - (F_A + F_B) = 0$

$\Rightarrow P = F_A + F_B$

$\Rightarrow P = 153.42 + 423.43$

$\Rightarrow P = 576.85$ kg (Ans)

বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ ঃ ঘর্ষণ বলতে কী বুঝ? এটি কত প্রকার ও কী কী?

প্রশ্ন-২ ঃ ঘর্ষণ কোণ ও ঘর্ষণ সহগ বলতে কী বুঝ?

প্রশ্ন-৩ ঃ অমসৃণ অনুভূমিক তলে একটি বস্তু স্থির অবস্থায় আছে। ঐ বস্তুর উপর 30^0 কোণে 50kg টান বল প্রয়োগ করে সরানো যায়। আবার 55kg ঠেলা বল 30^0 কোণে প্রয়োগ করে সরানো যায়। উক্ত বস্তুর ওজন এবং ঘর্ষণ সহগ নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৪ ঃ একটি অনুভূমিক টেবিলের উপর একটি ধাতব ব্লক স্থাপন করে এর উপর 40kg অনুভূমিক বল প্রয়োগ করলে ব্লকটি সবেমাত্র চলতে শূরু করে। ঘর্ষণ কোণের পরিমান 30^0 হলে ব্লকটির ওজন কত?

অধ্যায়-৪ ঃ ঘর্ষণ (Friction)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ নির্ণয়
- আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান
- ল্যাডার
- ল্যাডার ঘর্ষণ
- ল্যাডার ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ নির্ণয়

❖ $\sum V = 0 \; (\uparrow +)$

$\Rightarrow R - W\cos\theta = 0$

$\Rightarrow R = W\cos\theta$

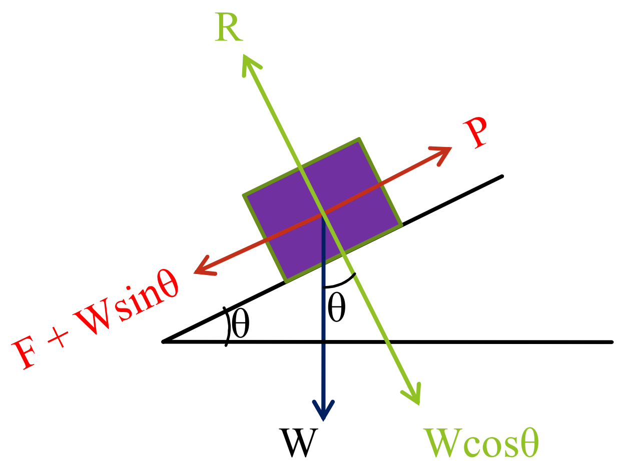
আবার,

$\sum H = 0 \; (\rightarrow +)$

$\Rightarrow P - (F + W\sin\theta) = 0$

$\Rightarrow P = F + W\sin\theta$

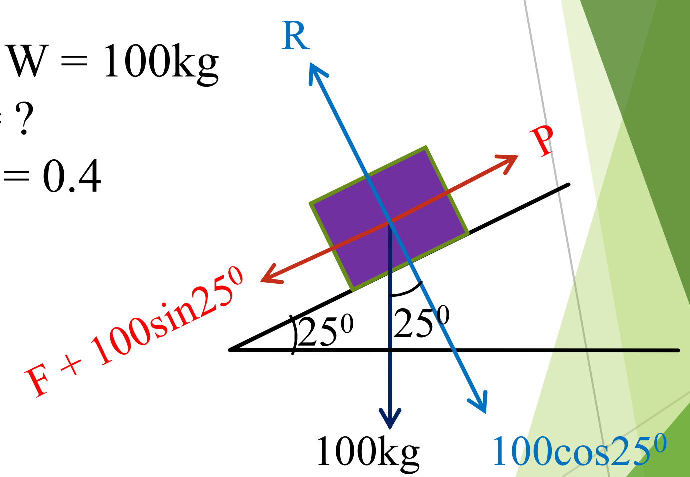
$\Rightarrow P = \mu R + W\sin\theta$



আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-১ ঃ 100kg ওজনের একটি বস্তু 25^0 হেলানো তলের উপর অবস্থান করে। হেলানো তলের সমান্তরালে কী পরিমান বল কাজ করলে বস্তুটি উপর দিকে চলতে শুরু করবে? ($\mu = 0.4$)

দেওয়া আছে,
ব্লকটির ওজন, $W = 100kg$
টানা বল, $P = ?$
ঘর্ষণ সহগ, $\mu = 0.4$



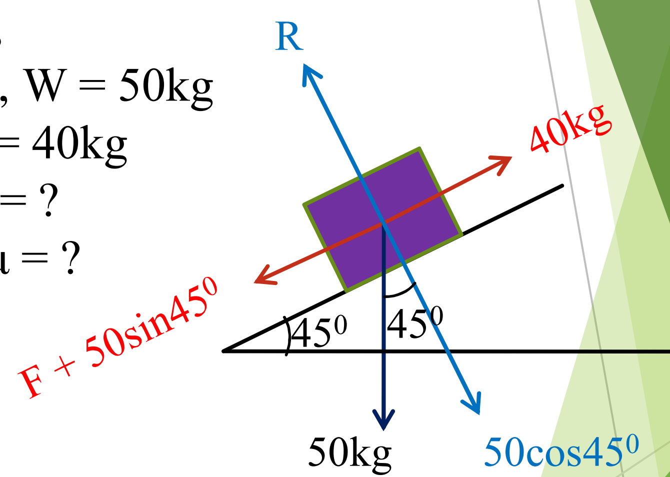
❖ $\sum V = 0\ (\uparrow +)$
$\Rightarrow R - 100\cos 25^0 = 0$
$\Rightarrow R = 100\cos 25^0$
$\Rightarrow R = 90.63\ kg$

❖ $\sum H = 0\ (\rightarrow +)$
$\Rightarrow P - (F + 100\sin 25^0) = 0$
$\Rightarrow P = F + 100\sin 25^0$
$\Rightarrow P = \mu R + 42.26$
$\Rightarrow P = 0.4 \times 90.63 + 42.26$
$\Rightarrow P = 78.51\ kg$ (Ans)

আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

- প্রশ্ন-২ ঃ ভূমির সাথে 45^0 কোণে একটি হেলানো তলের উপর 50kg ওজনের একটি বাক্সকে 40kg বল প্রয়োগ করে হেলানো তলের সহিত সমান্তরাল অবস্থায় টানা হলে ঘর্ষণ বল ও ঘর্ষণ সহগ নির্ণয় কর।

দেওয়া আছে,
ব্লকটির ওজন, $W = 50kg$
টানা বল, $P = 40kg$
ঘর্ষণ বল, $F = ?$
ঘর্ষণ সহগ, $\mu = ?$



❖ $\sum V = 0\ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R - 50\cos 45^0 = 0$

$\Rightarrow R = 50\cos 45^0$

$\Rightarrow R = 35.36$ kg

❖ $\sum H = 0\ (\rightarrow +)$

$\Rightarrow 40 - (F + 50\sin 45^0) = 0$

$\Rightarrow 40 = F + 35.36$

$\Rightarrow F = 40 - 35.36$

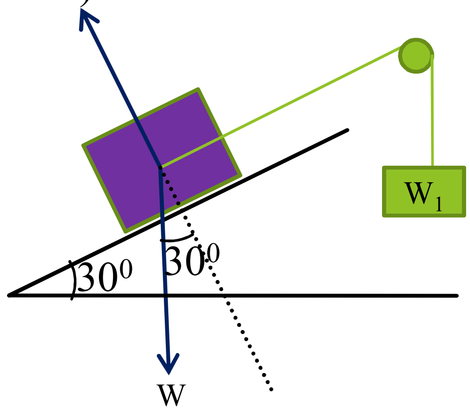
$\Rightarrow F = 4.64$ kg (Ans)

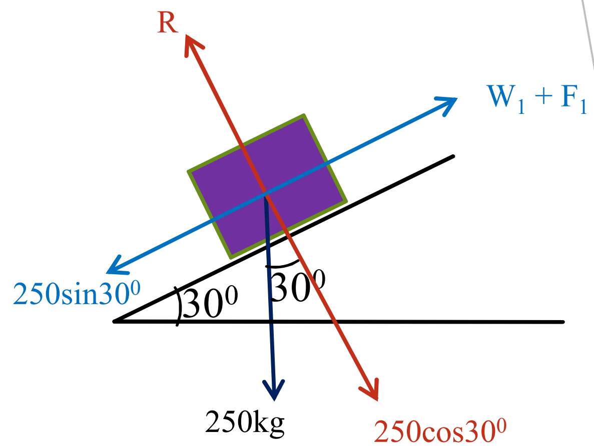
এখন,

$$\mu = \frac{F}{R} = \frac{4.64}{35.36} = 0.13 \text{ (Ans)}$$

আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-৩ ঃ 250kg ওজনের একটি বস্তুকে 30^0 হেলানো তলের উপর দিয়ে টেনে তোলা হচ্ছে। W_1 এর মান সর্বনিম্ন কত হলে বস্তু নিচের দিকে নামার এবং সর্বোচ্চ কত হলে উপরের দিকে উঠার উপক্রম হবে? ($\mu = 0.25$)





(ক) বস্তুটি নিচের দিকে নামার উপক্রম হলে ঘর্ষণ বল (F_1) উপরের দিকে ক্রিয়া করবে।

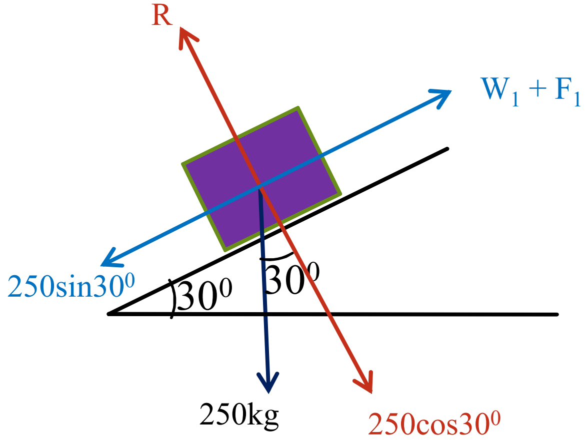
❖$\sum V = 0\ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R - 250\cos30^0 = 0$

$\Rightarrow R = 250\cos30^0$

$\Rightarrow R = 216.50$ kg

আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



(ক) বস্তুটি নিচের দিকে নামার উপক্রম হলে ঘর্ষণ বল (F_1) উপরের দিকে ক্রিয়া করবে।

❖ $\sum H = 0\ (\rightarrow +)$

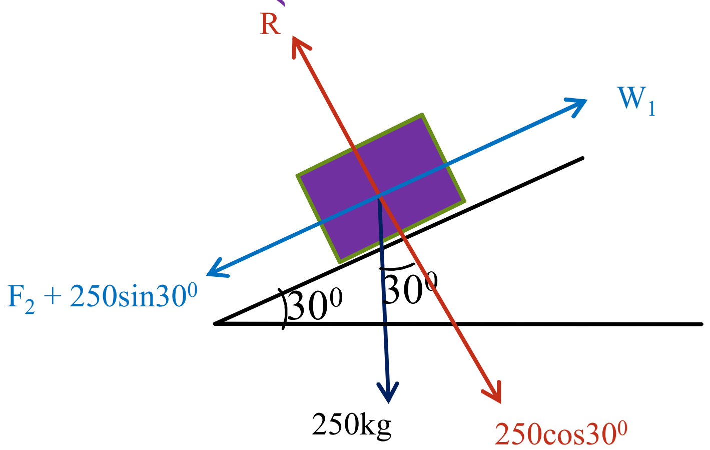
$\Rightarrow W_1 + F_1 - 250\sin 30^0 = 0$

$\Rightarrow W_1 + \mu R - 125 = 0$

$\Rightarrow W_1 + 0.25 \times 216.50 - 125 = 0$

$\Rightarrow W_1 = 70.86$ kg (Ans)

আনত তলে অবস্থিত বস্তুর ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



(খ) বস্তুটি উপরের দিকে উঠার উপক্রম হলে ঘর্ষণ বল (F_2) নিচের দিকে ক্রিয়া করবে।

❖ $\sum V = 0\ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R - 250\cos 30^0 = 0$

$\Rightarrow R = 250\cos 30^0$

$\Rightarrow R = 216.50$ kg

❖ $\sum H = 0\ (\rightarrow +)$

$\Rightarrow W_1 - (F_2 + 250\sin 30^0) = 0$

$\Rightarrow W_1 - F_2 - 125 = 0$

$\Rightarrow W_1 - \mu R - 125 = 0$

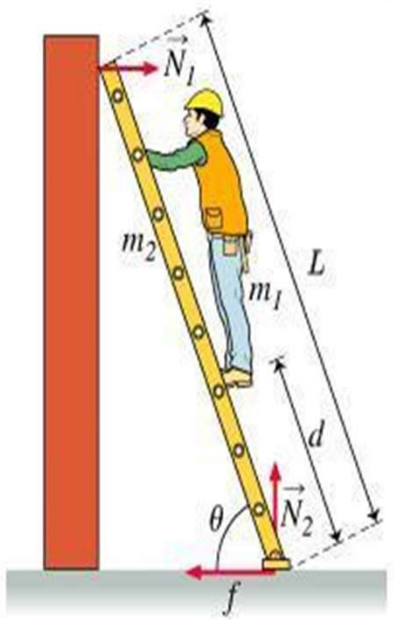
$\Rightarrow W_1 - 0.25 \times 216.50 - 125 = 0$

$\Rightarrow W_1 = 179.13$ kg (Ans)

ল্যাডার (Ladder)

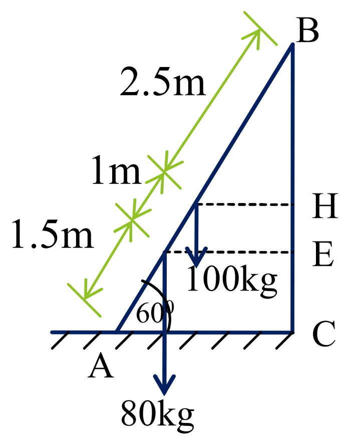
❖ বাঁশ, কাঠ, লোহা কিংবা অলৌহজাত ধাতুর তৈরি বিশেষ এক ধরনের সিঁড়ি, যা মই বা ল্যাডার নামে পরিচিত। একে হেলানো ভাবে অবস্থান করে কাজে লাগানো হয়।

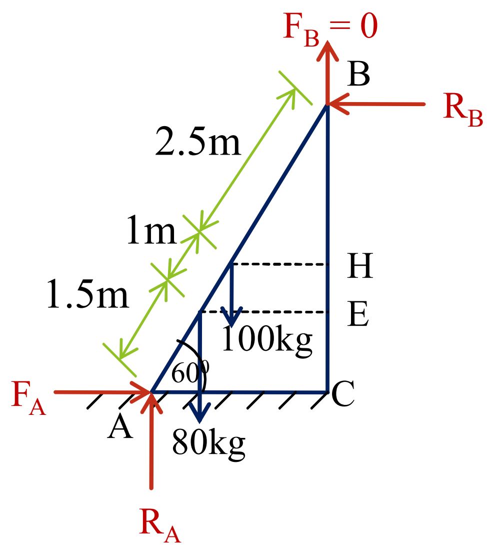
❖ ল্যাডার ঘর্ষণ ঃ ল্যাডার বা মইয়ের একপ্রান্ত মাটি বা মেঝেতে এবং ওপর প্রান্ত দেওয়ালের সাথে হেলানো অবস্থায় ল্যাডারের উপরের প্রান্ত নিচের দিকে পিছলিয়ে যায়, তখন ল্যাডার ও দেওয়ালের ঘর্ষণ বল উপরের দিকে ক্রিয়া করবে। আর নিচের প্রান্ত পিছলালে ঘর্ষণ বল দেওয়ালের দিকে ক্রিয়া করবে। এমতাবস্থায় সমস্ত অনুভূমিক বল গুলোর বীজগানিতিক যোগফল অবশ্যই শূন্য হবে।



ল্যাডার ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-৪ ঃ 5m লম্বা একটি মই, মসৃণ খাড়া দেওয়ালের সাথে হেলানো অবস্থায় আছে। মইটি ভূমির সহিত 60^0 কোণে হেলানো এবং এর ওজন 100kg । মইয়ের ওজন ভারকেন্দ্র দিয়ে নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। 80kg ওজনের একটি লোক মইটিতে 1.5m আরোহণের ফলে যদি মইটি পিছলানো শুরু করে তবে মই এবং মেঝের মধ্যকার ঘর্ষণ সহগ নির্ণয় কর।





❖ $\sum V = 0\ (\uparrow +)$

$\Rightarrow R_A - 100 - 80 = 0$

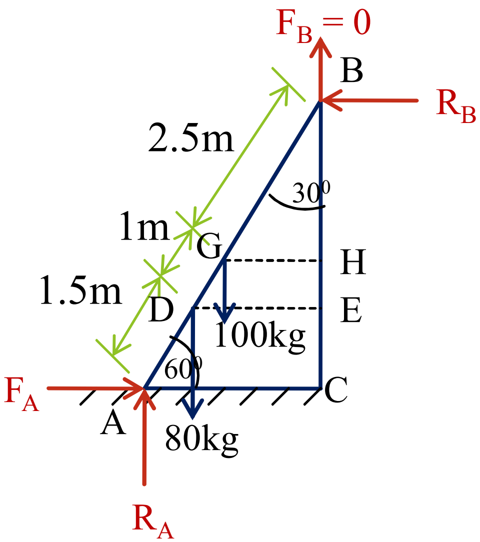
$\Rightarrow R_A = 180\ kg$

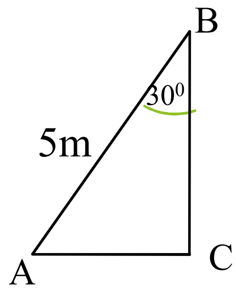
❖ $F_A = \mu R_A$

$\Rightarrow F_A = \mu \times 180$

$\Rightarrow F_A = 180\mu$

ল্যাডার ঘর্ষণ সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



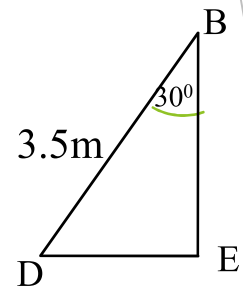


❖$\sin 30^0 = \frac{AC}{5}$

$\Rightarrow AC = 5\sin 30^0$

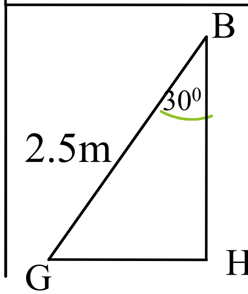
❖$\cos 30^0 = \frac{BC}{5}$

$\Rightarrow BC = 5\cos 30^0$



❖$\sin 30^0 = \frac{DE}{3.5}$

$\Rightarrow DE = 3.5\sin 30^0$



❖$\sin 30^0 = \frac{GH}{2.5}$

$\Rightarrow GH = 2.5\sin 30^0$

❖$\sum M_B = 0$ (+)

$\Rightarrow R_A \times AC - F_A \times BC - 80 \times DE - 100 \times GH = 0$

$\Rightarrow 180 \times 5\sin 30^0 - 180\mu \times 5\cos 30^0 - 80 \times 3.5\sin 30^0 - 100 \times 2.5\sin 30^0 = 0$

$\Rightarrow 450 - 779.42\mu - 140 - 125 = 0$

$\Rightarrow 779.42\mu = 185$

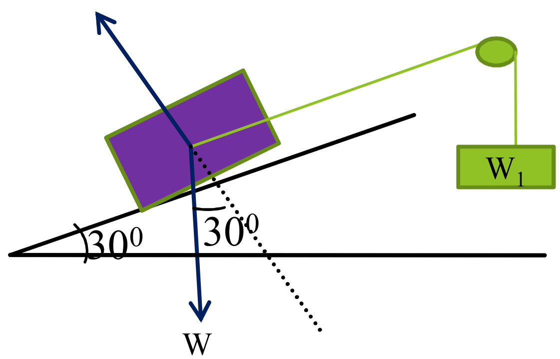
$\Rightarrow \mu = 0.237$ (Ans)

বাড়ির কাজ

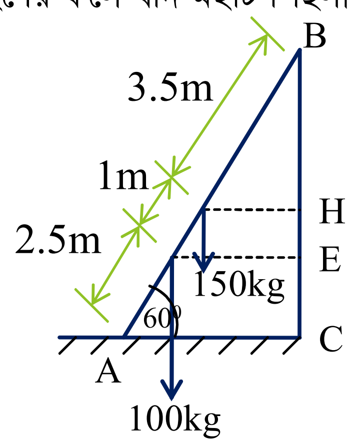
প্রশ্ন-১ ঃ 150kg ওজনের একটি বস্তু 35^0 হেলানো তলের উপর অবস্থান করে। হেলানো তলের সমান্তরালে কী পরিমান বল কাজ করলে বস্তুটি উপর দিকে চলতে শুরু করবে? ($\mu = 0.25$)

প্রশ্ন-২ ঃ ১ নং চিত্রে 350kg ওজনের একটি বস্তুকে 30^0 হেলানো তলের উপর দিয়ে টেনে তোলা হচ্ছে। W_1 এর মান সর্বনিম্ন কত হলে বস্তু নিচের দিকে নামার এবং সর্বোচ্চ কত হলে উপরের দিকে উঠার উপক্রম হবে? ($\mu = 0.30$)

প্রশ্ন-৩ ঃ ২ নং চিত্রে 7m লম্বা একটি মই, মসৃণ খাড়া দেওয়ালের সাথে হেলানো অবস্থায় আছে। মইটি ভূমির সহিত 60^0 কোণে হেলানো এবং এর ওজন 150kg । মইয়ের ওজন ভারকেন্দ্র দিয়ে নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। 100kg ওজনের একটি লোক মইটিতে 2.5m আরোহণের ফলে যদি মইটি পিছলানো শূরু করে তবে মই এবং মেঝের মধ্যকার ঘর্ষণ সহগ নির্ণয় কর।



চিত্র নং-১



চিত্র নং-২

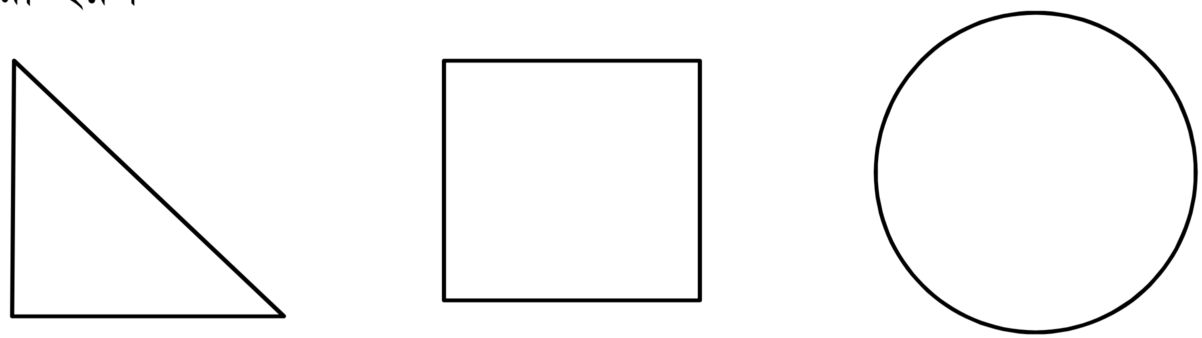
অধ্যায়-৫ ঃ ভারকেন্দ্র (Centre of Gravity)

<u>আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ</u>

- ❖ কেন্দ্র
- ❖ ভরকেন্দ্র
- ❖ ভারকেন্দ্র
- ❖ রেফারেন্স অক্ষ
- ❖ প্রতিসম অক্ষ
- ❖ সেন্ট্রয়েড নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সূত্রসমূহ
- ❖ সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

কেন্দ্র (Centroid)

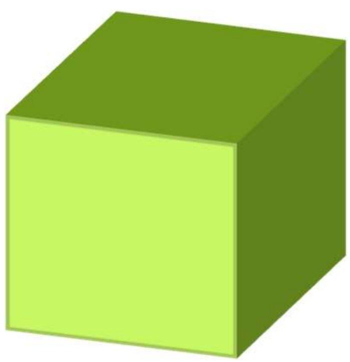
❖ ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত ইত্যাদি জ্যামিতিক ক্ষেত্রের মতো যাদের কেবলমাত্র রৈখিক অবস্থিতি বা ক্ষেত্রফল আছে কিন্তু ভর নাই, ঐ সমস্ত ক্ষেত্রফলের মধ্যবিন্দুকে কেন্দ্র বলে। কেন্দ্রকে C দ্বারা প্রকাশ করা হয়।



ত্রিভুজ চতুর্ভুজ বৃত্ত

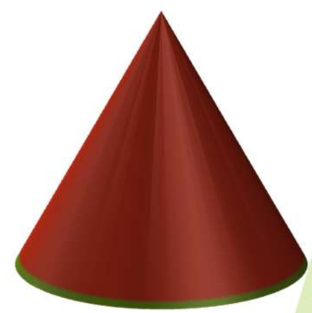
ভরকেন্দ্র (Centre of Mass)

❖ কোন বস্তুকে একই স্থানে যেভাবেই রাখা হোক না কেন, এর উপর বস্তুর ভর একটি বিশেষ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। ঐ বিশেষ বিন্দু টিকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে। ভরকেন্দ্রকে c.m. দ্বারা প্রকাশ করা হয়।



ঘনক

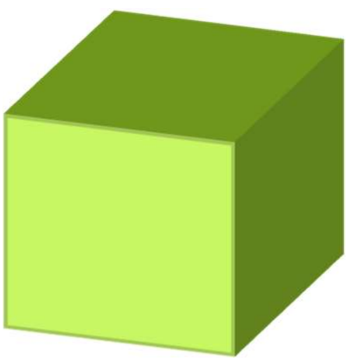
গোলক



কোনক

ভারকেন্দ্র (Centre of Gravity)

❖ কোন বস্তুকে একই স্থানে যেভাবেই রাখা হোক না কেন, এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল বা বস্তুর ওজন একটি বিশেষ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। ঐ বিশেষ বিন্দু টিকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে। ভারকেন্দ্রকে c.g. দ্বারা প্রকাশ করা হয়।



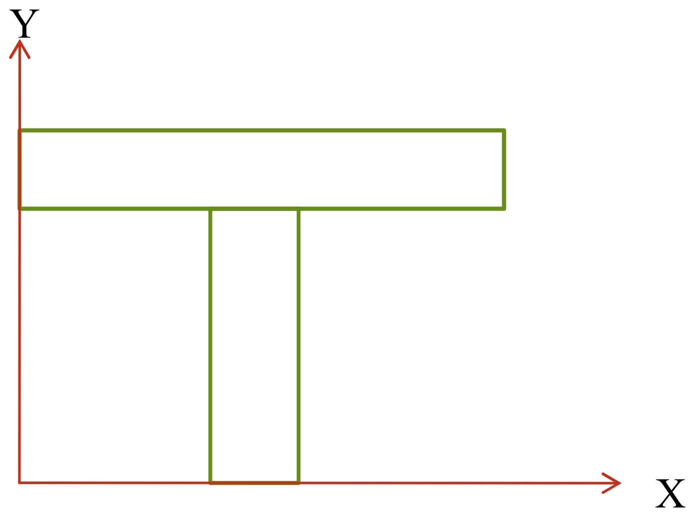
ঘনক

গোলক

কোনক

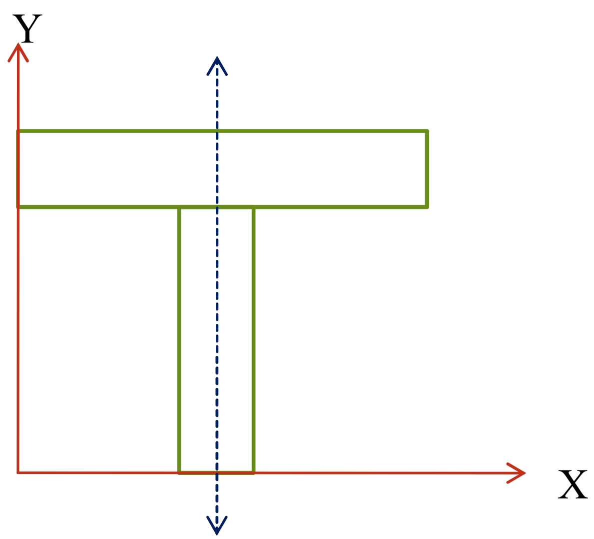
রেফারেন্স অক্ষ (The Axis of Reference)

❖ কোন বস্তুর বা চিত্রের কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র সর্বদা একটি কল্পিত অক্ষের সাপেক্ষে নির্ণয় করা হয়। ঐ কল্পিত অক্ষকে রেফারেন্স অক্ষ বলে।



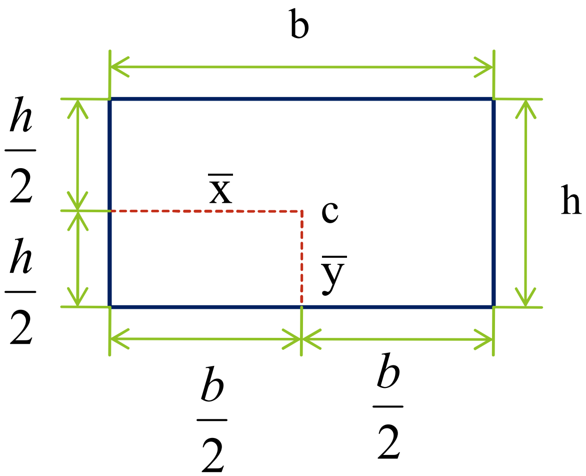
প্রতিসম অক্ষ (The Axis of Symmetry)

❖ বস্তুর বা কোন চিত্রের উপর অংকিত যেকোন অক্ষের উভয় পাশে যদি বস্তুটির সমান ওজন অথবা চিত্রের সমান ক্ষেত্র বিরাজ করে তবে ঐ অক্ষকে প্রতিসম অক্ষ বলে। অর্থাৎ যে অক্ষ বরাবর খুব সহজেই সমান দু'ভাগে ভাগ করা যায়, ঐ অক্ষকেই প্রতিসম অক্ষ বলে।



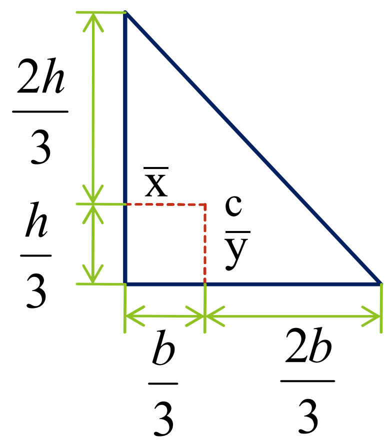
প্রয়োজনীয় সূত্র

১। আয়তক্ষেত্র



$$\boxed{A = b \times h}$$

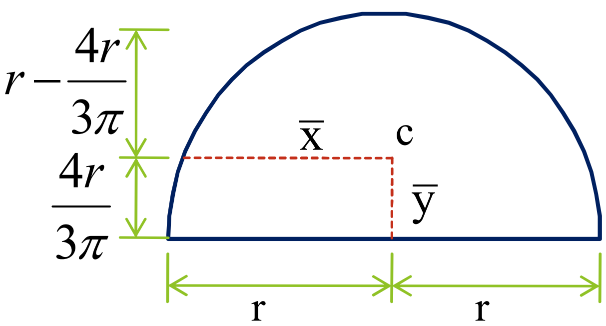
২। সমকোণী ত্রিভুজ



$$\boxed{A = \frac{1}{2} \times b \times h}$$

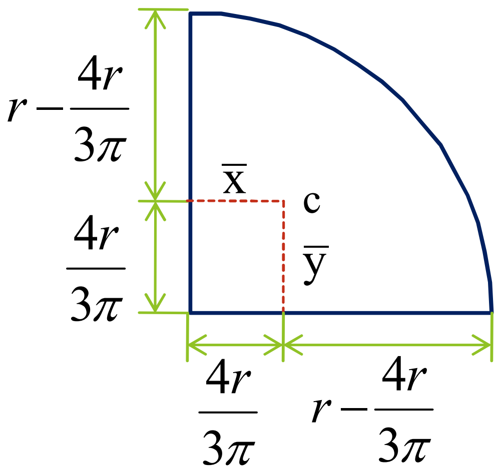
প্রয়োজনীয় সূত্র

৩। অর্ধবৃত্ত



$$A=\frac{\pi r^2}{2}$$

৪। কোয়ার্টার বৃত্ত



$$A=\frac{\pi r^2}{4}$$

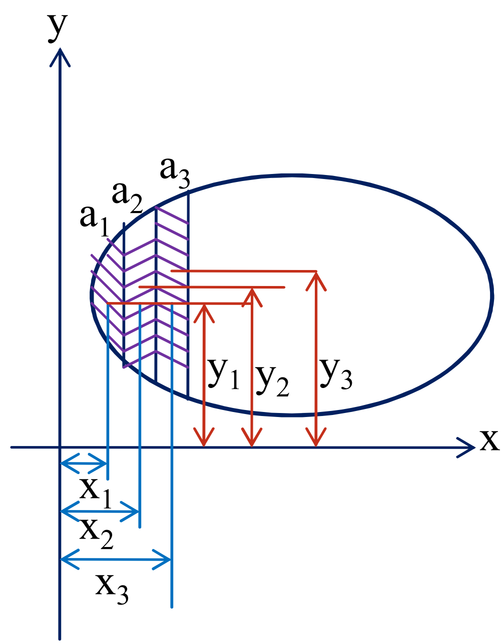
প্রয়োজনীয় সূত্র

$$\bar{x} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots\dots\dots + a_nx_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots\dots\dots + a_n}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum ax}{A}$$

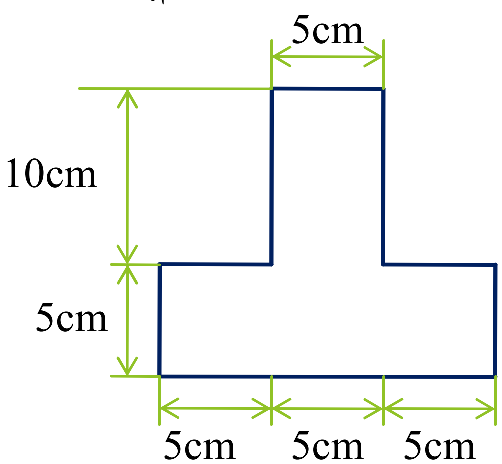
$$\bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3 + \dots\dots\dots + a_ny_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots\dots\dots + a_n}$$

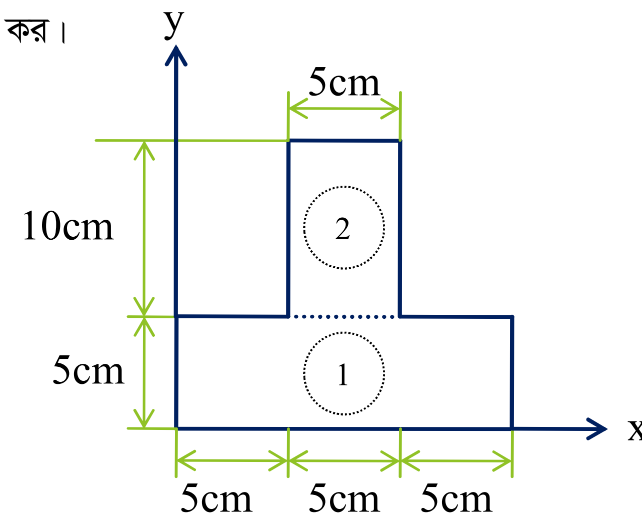
$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{\sum ay}{A}$$



সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-১ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির সেন্ট্রয়েড নির্ণয় কর।





$$\therefore \bar{x} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2}{a_1 + a_2} = \frac{75\times7.5+50\times7.5}{75+50}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 7.5 \text{ cm (Ans)}$$

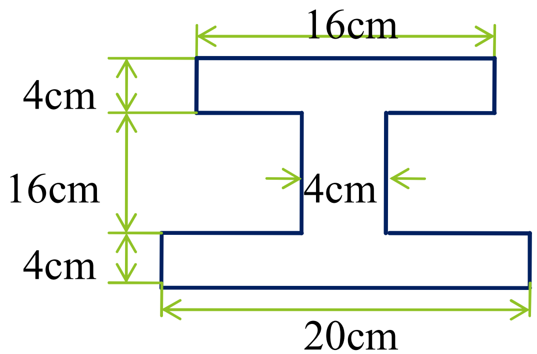
$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2}{a_1 + a_2} = \frac{75\times2.5+50\times10}{75+50}$$

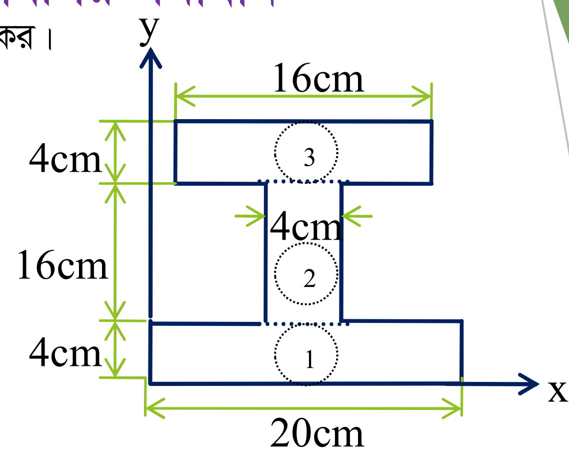
$$\Rightarrow \bar{y} = 5.5 \text{ cm}$$

$a_1 = 15\times5 = 75$ cm^2
$a_2 = 5\times10 = 50$ cm^2
$x_1 = 7.5$ cm
$x_2 = 5+ 2.5 = 7.5$ cm
$y_1 = 2.5$ cm
$y_2 = 5 + 5 = 10$ cm

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-২ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির কেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।





$$\therefore \bar{x} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm (Ans)}$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{80\times2 + 64\times12 + 64\times22}{80+64+64}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 11.23 \text{ cm (Ans)}$$

$a_1 = 20\times4 = 80 \text{ cm}^2$

$a_2 = 4\times16 = 64 \text{ cm}^2$

$a_3 = 16\times4 = 64 \text{ cm}^2$

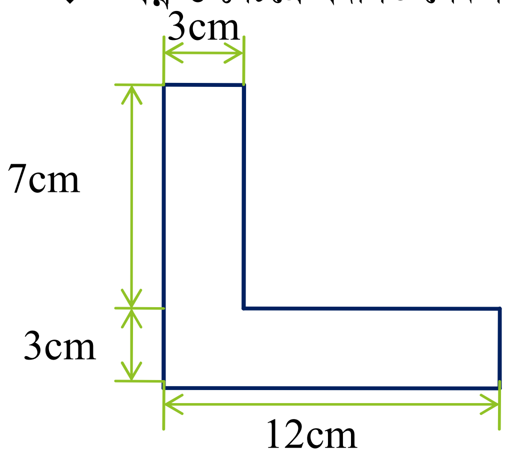
$y_1 = 2$ cm

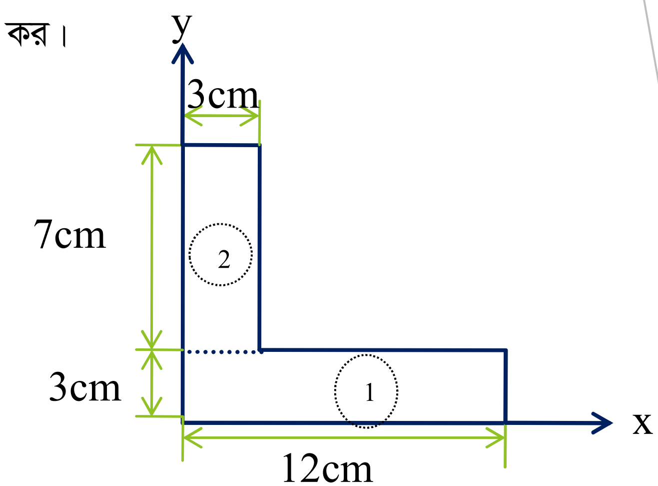
$y_2 = 4+8 = 12$ cm

$y_3 = 4+16+2 = 22$ cm

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-৩ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির সেন্ট্রয়েড নির্ণয় কর।





$$\therefore \bar{x} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2}{a_1 + a_2} = \frac{36\times 6 + 21\times 1.5}{36+21}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 4.34 \text{ cm (Ans)}$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2}{a_1 + a_2} = \frac{36\times 1.5 + 21\times 6.5}{36+21}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 3.34 \text{ cm}$$

$a_1 = 12\times 3 = 36 \text{ cm}^2$

$a_2 = 3\times 7 = 21 \text{ cm}^2$

$x_1 = 6$ cm

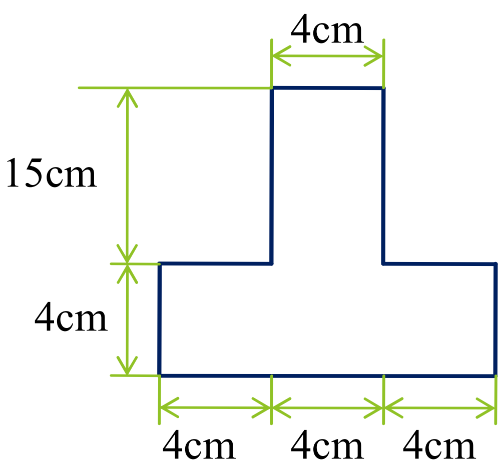
$x_2 = 1.5$ cm

$y_1 = 1.5$ cm

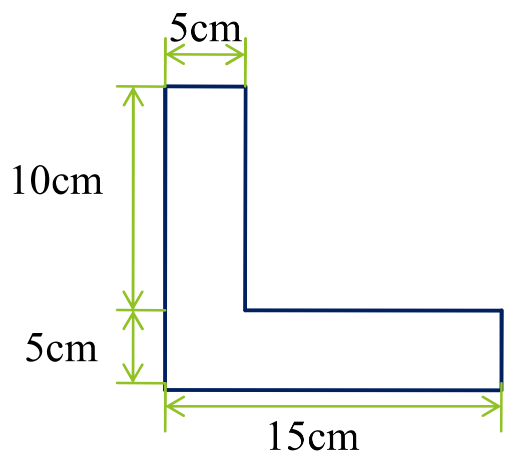
$y_2 = 3 + 3.5 = 6.5$ cm

বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ ঃ কেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র বলতে কী বুঝ?
প্রশ্ন-২ ঃ রেফারেন্স অক্ষ ও প্রতিসম অক্ষ কী?
প্রশ্ন-৩ ঃ ১-নং ও ২-নং চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনগুলির কেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর।



চিত্র নং-১



চিত্র নং-২

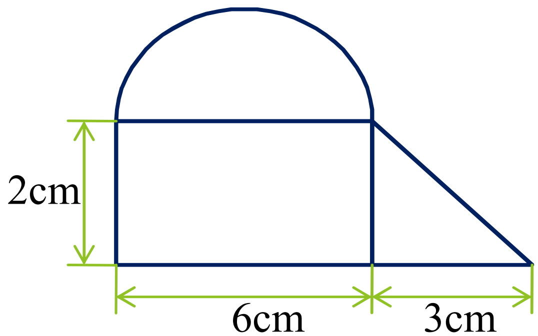
অধ্যায়-৫ ঃ ভারকেন্দ্র (Centre of Gravity)

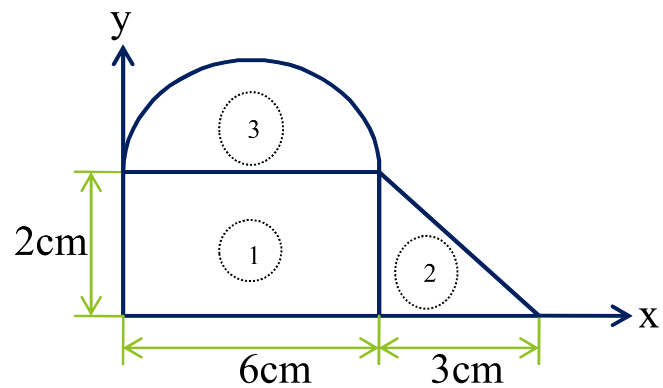
আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- ❖ সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-১ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির সেন্ট্রয়েড নির্ণয় কর।





$a_1 = 6\times2 = 12\ cm^2$

$a_2 = 0.5\times3\times2 = 3\ cm^2$

$a_3 = \dfrac{\pi r^2}{2} = \dfrac{\pi 3^2}{2} = 14.14\ cm^2$

$x_1 = 3\ cm$

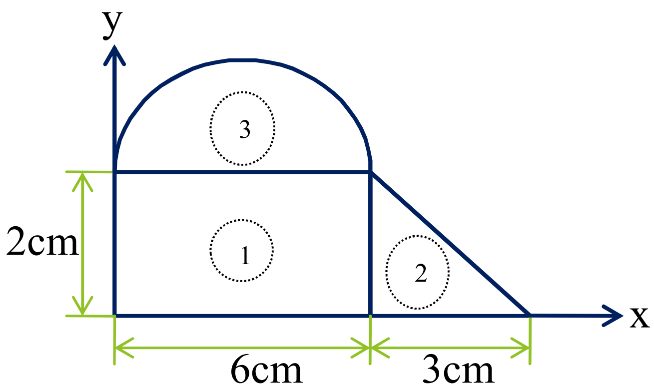
$x_2 = 6+1 = 7\ cm$

$x_3 = 3\ cm$

$$\therefore \bar{x} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{12\times3+3\times7+14.14\times3}{12+3+14.14}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 3.41\ cm\ (Ans)$$

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{12\times1+3\times.667+14.14\times3.27}{12+3+14.14}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 2.07 \text{ cm}$$

$a_1 = 12 \text{ cm}^2$

$a_2 = 3 \text{ cm}^2$

$a_3 = 14.14 \text{ cm}^2$

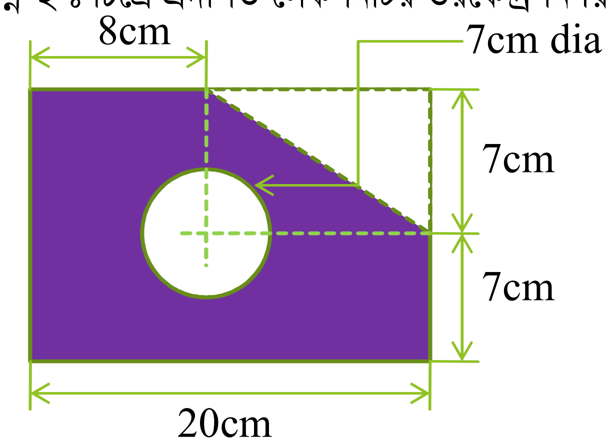
$y_1 = 1 \text{ cm}$

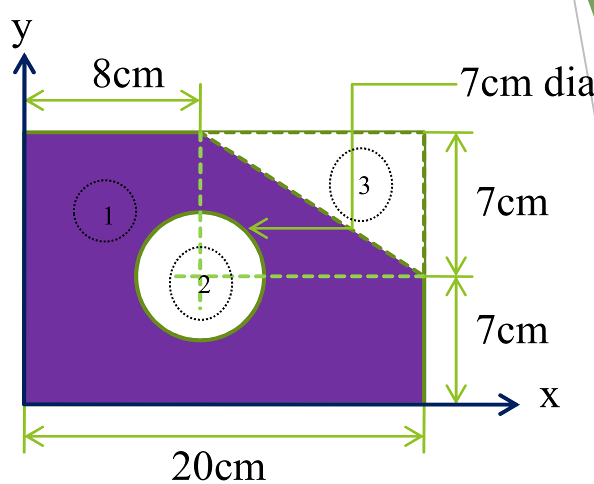
$y_2 = 0.667 \text{ cm}$

$y_3 = 2 + \frac{4r}{3\pi} = 2 + \frac{4\times3}{3\pi} = 3.27 \text{ cm}$

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-২ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির ভরকেন্দ্র নির্ণয় কর।





$$\therefore \bar{x} = \frac{a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3}{a_1 - a_2 - a_3} = \frac{280\times10 - 38.48\times8 - 42\times16}{280 - 38.48 - 42}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 9.12 \text{ cm (Ans)}$$

$a_1 = 20\times14 = 280 \text{ cm}^2$

$a_2 = \pi r^2 = \pi\times3.5^2 = 38.48 \text{ cm}^2$

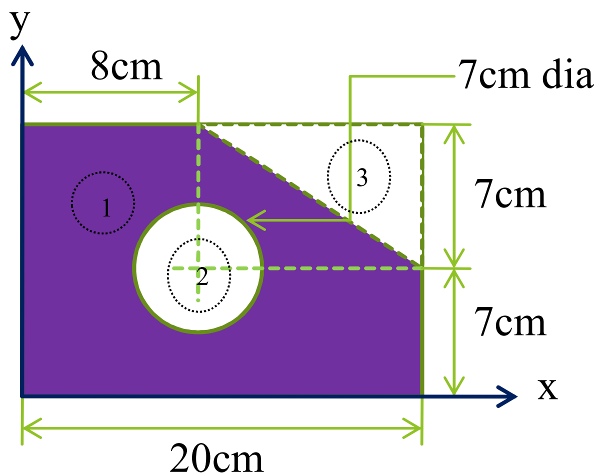
$a_3 = 0.5\times12\times7 = 42 \text{ cm}^2$

$x_1 = 10 \text{ cm}$

$x_2 = 8 \text{ cm}$

$x_3 = 8 + \frac{2\times12}{3} = 16 \text{ cm}$

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1 y_1 - a_2 y_2 - a_3 y_3}{a_1 - a_2 - a_3} = \frac{280 \times 7 - 38.48 \times 7 - 42 \times 11.67}{280 - 38.48 - 42}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 6.02 \text{ cm (Ans)}$$

$a_1 = 20 \times 14 = 280 \text{ cm}^2$

$a_2 = \pi r^2 = \pi \times 3.5^2 = 38.48 \text{ cm}^2$

$a_3 = 0.5 \times 12 \times 7 = 42 \text{ cm}^2$

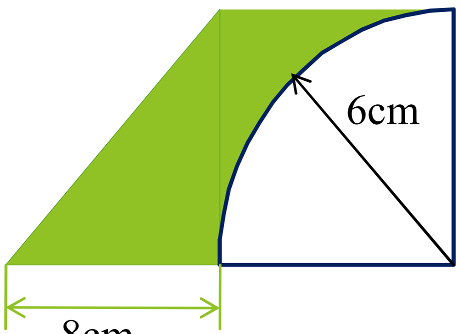
$y_1 = 7 \text{ cm}$

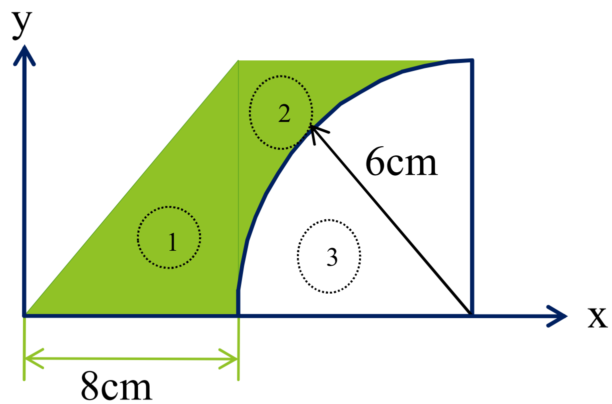
$y_2 = 7 \text{ cm}$

$y_3 = 7 + \frac{2 \times 7}{3} = 11.67 \text{ cm}$

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-৩ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির সেন্ট্রয়েড নির্ণয় কর।

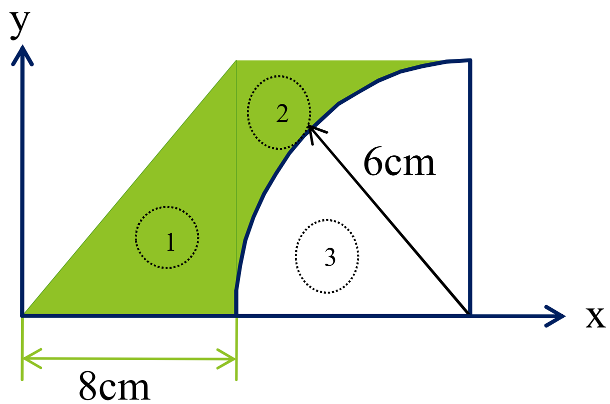




$$a_1 = 0.5 \times 8 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$$
$$a_2 = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$$
$$a_3 = \frac{\pi \times 6^2}{4} = 28.27 \text{ cm}^2$$
$$x_1 = \frac{2 \times 8}{3} = 5.33 \text{ cm}$$
$$x_2 = 8 + 3 = 11 \text{ cm}$$
$$x_3 = 14 - \frac{4 \times 6}{3\pi} = 11.45 \text{ cm}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 - a_3x_3}{a_1 + a_2 - a_3} = \frac{24 \times 5.33 + 36 \times 11 - 28.27 \times 11.45}{24 + 36 - 28.27}$$
$$\Rightarrow \bar{x} = 6.31 \text{ cm (Ans)}$$

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



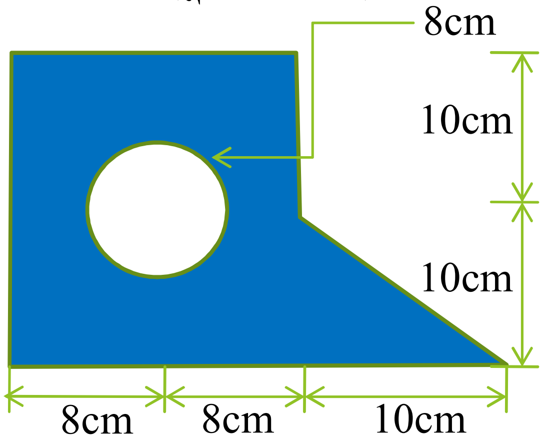
$$a_1 = 24\ \text{cm}^2$$
$$a_2 = 36\ \text{cm}^2$$
$$a_3 = 28.27\ \text{cm}^2$$
$$y_1 = \frac{6}{3} = 2\ \text{cm}$$
$$y_2 = \frac{6}{2} = 3\ \text{cm}$$
$$y_3 = \frac{4 \times 6}{3\pi} = 2.55\ \text{cm}$$

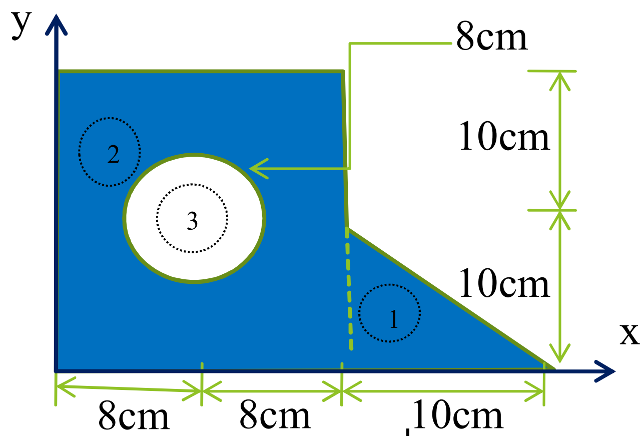
$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2 - a_3 y_3}{a_1 + a_2 - a_3} = \frac{24 \times 2 + 36 \times 3 - 28.27 \times 2.55}{24 + 36 - 28.27}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = 2.64\ \text{cm (Ans)}$$

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-৪ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির সেন্ট্রয়েড নির্ণয় কর।





$a_1 = 0.5\times10\times10 = 50\text{ cm}^2$

$a_2 = 16\times20 = 320\text{ cm}^2$

$a_3 = \dfrac{\pi\times8^2}{4} = 50.26\text{ cm}^2$

$x_1 = 16 + \dfrac{10}{3} = 19.33\text{ cm}$

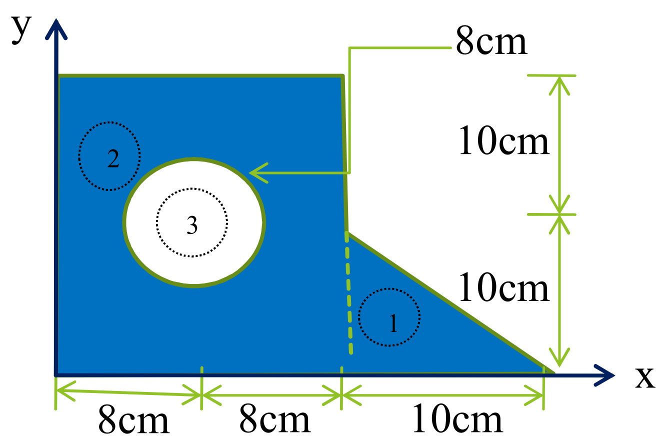
$x_2 = 8\text{ cm}$

$x_3 = 8\text{ cm}$

$$\therefore \bar{x} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 - a_3x_3}{a_1 + a_2 - a_3} = \frac{50\times19.33 + 320\times8 - 50.26\times8}{50 + 320 - 50.26}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 9.77\text{ cm (Ans)}$$

সেন্ট্রয়েড সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



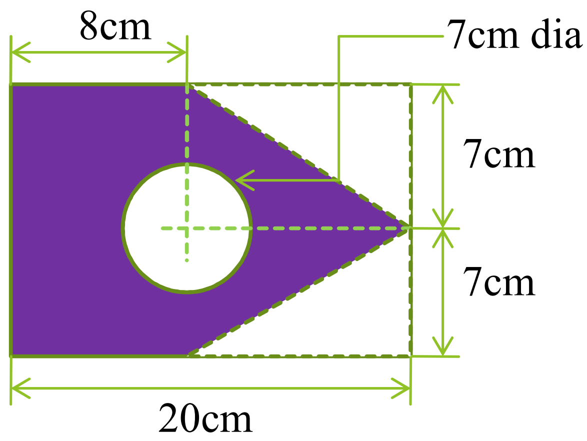
$a_1 = 50 \text{ cm}^2$
$a_2 = 320 \text{ cm}^2$
$a_3 = 50.26 \text{ cm}^2$
$y_1 = \frac{10}{3} = 3.33 \text{ cm}$
$y_2 = 10 \text{ cm}$
$y_3 = 10 \text{ cm}$

$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 - a_3y_3}{a_1 + a_2 - a_3} = \frac{50\times3.33+320\times10-50.26\times10}{50+320-50.26}$$

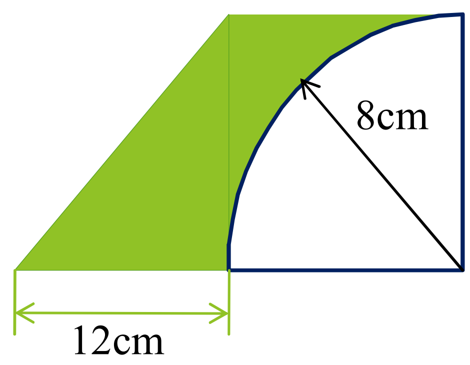
$$\Rightarrow \bar{y} = 8.96 \text{ cm (Ans)}$$

বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ ঃ ১-নং ও ২-নং চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনগুলির কেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় কর ।



চিত্র নং-১



চিত্র নং-২

অধ্যায়-৬ ঃ জড়তার ভ্রামক (The Moment of Inertia)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- জড়তার ভ্রামক
- দ্বিতীয় মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া
- চক্রগতির ব্যাসার্ধ
- প্রস্থচ্ছেদ গুনাঙ্ক
- সমান্তরাল অক্ষীয় উপপাদ্য
- মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয়ের প্রয়োজনীয় সূত্র
- আয়তক্ষেত্রের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া

জড়তার ভ্রামক (The Moment of Inertia)

- ❖ এটি হল বস্তুর সেই ধর্ম যা ঘূর্ণন সৃষ্টিতে বাধা প্রদান করে বা সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনশীল বস্তুর ঘূর্ণনকে বজায় রাখতে সহায়তা প্রদান করে। একে বস্তুর মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া বা জড়তার ভ্রামক বলে। একে I দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

- ❖ মোমেন্ট অব ইনার্শিয়ার একক cm^4

ক্ষেত্রফলের দ্বিতীয় মোমেন্ট বা জড়তার ভ্রামক

❖ ক্ষেত্রফলের প্রথম মোমেন্ট,

$\int x.dA = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots\dots\dots\dots$

$\int y.dA = a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3 + \dots\dots\dots\dots$

❖ ক্ষেত্রফলের দ্বিতীয় মোমেন্ট,

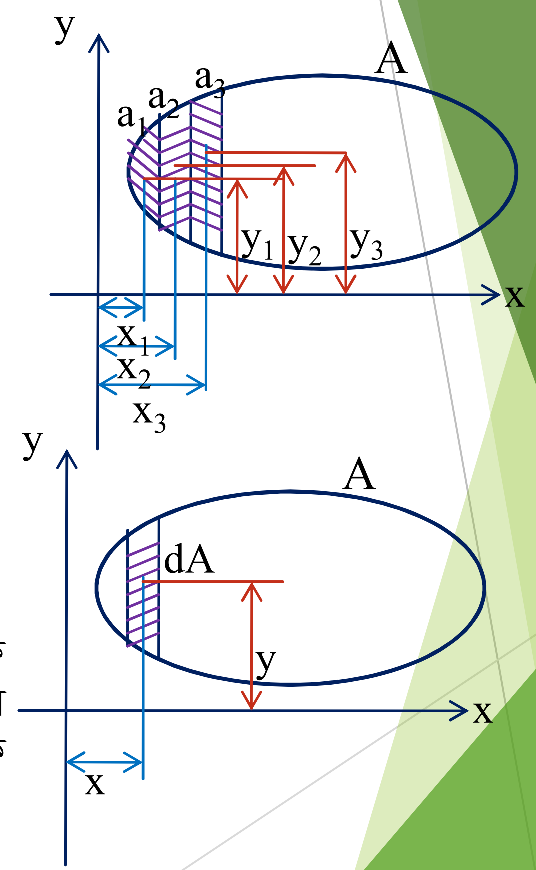
$\int x^2.dA = a_1x_1{}^2 + a_2x_2{}^2 + a_3x_3{}^2 + \dots\dots\dots\dots$

$\int y^2.dA = a_1y_1{}^2 + a_2y_2{}^2 + a_3y_3{}^2 + \dots\dots\dots\dots$

সুতরাং,

$Iyy = \int x^2.dA$ এবং $Ixx = \int y^2.dA$

❖ সুতরাং, একটি ক্ষেত্রের মোট ক্ষেত্রফলকে কোন নির্দিষ্ট বিন্দু বা অক্ষ হতে ঐ ক্ষেত্রফলের ভরকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বের বর্গ দ্বারা গুন করলে যে ফল পাওয়া যায়, তাকে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া বা জড়তার ভ্রামক বলে।



চক্রগতির ব্যাসার্ধ (The Radius of Gyration)

- ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুতে এমন একটি বিন্দু আছে, যে স্থানে বস্তুর সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত বলে বিবেচনা করা গেলে, ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে বস্তুর জড়তার ভ্রামক দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামকের সমান হবে। ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

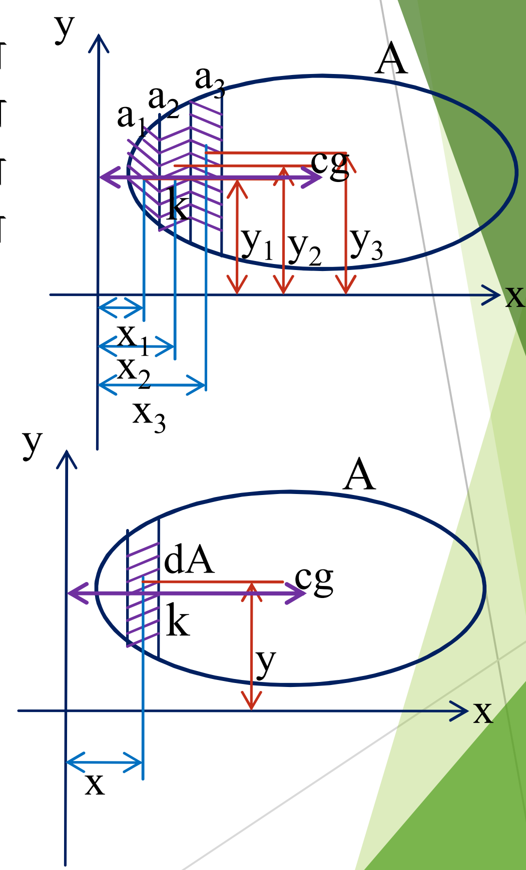
$$\int k^2.dA = Ak^2 = a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + a_3x_3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \int x^2.dA$$

$$Ak^2 = \int x^2.dA$$

$$k^2 = \frac{\int x^2 dA}{A}$$

$$k = \sqrt{\frac{Iy}{A}}$$

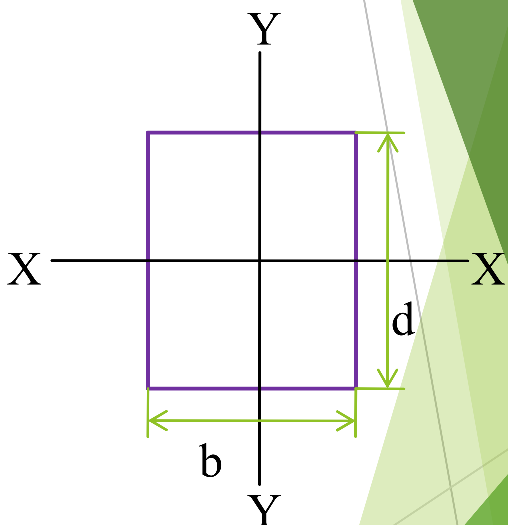


প্রস্থচ্ছেদ গুনাঙ্ক (Section Modulus)

❖ কোন ক্ষেত্রের বা সেকশনের ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়াকে ঐ ক্ষেত্রের বা সেকশনের ভরকেন্দ্রিক অক্ষ হতে বহিস্থ প্রান্তের দূরত্ব দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায়, তাকে সেকশন মডুলাস বা প্রস্থচ্ছেদ গুনাঙ্ক বলে। একে Z দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

❖ $Z_{xx} = \dfrac{I_{xx}}{d/2} = \dfrac{\frac{bd^3}{12}}{d/2} = \dfrac{bd^2}{6}$

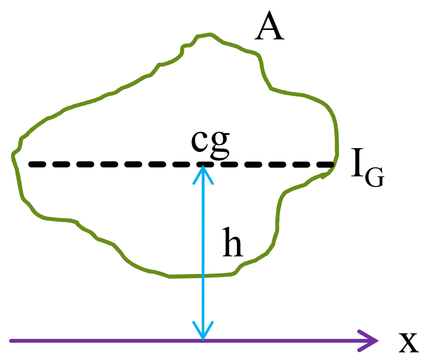
❖ $Z_{yy} = \dfrac{I_{yy}}{b/2} = \dfrac{\frac{db^3}{12}}{b/2} = \dfrac{db^2}{6}$



সমান্তরাল অক্ষীয় উপপাদ্য (Parallel Axis Theorem)

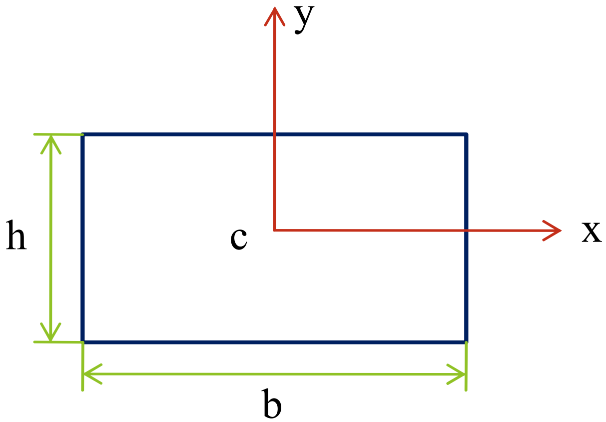
❖ যেকোন অক্ষের সাপেক্ষে একটি ক্ষেত্রের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়ার পরিমান, উক্ত অক্ষের সমান্তরালে ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া এর সহিত উক্ত ক্ষেত্রফল এবং মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুনফলের সমষ্টির সমান।

❖ অর্থাৎ $I_x = I_G + Ah^2$ এবং $I_y = I_G + Ah^2$



প্রয়োজনীয় সূত্র

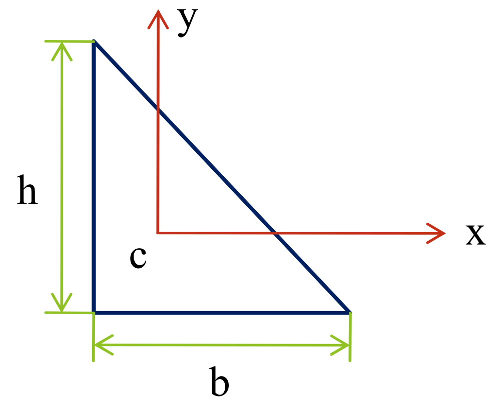
১। আয়তক্ষেত্র



$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$\bar{I}_y = \frac{hb^3}{12}$$

২। সমকোণী ত্রিভুজ

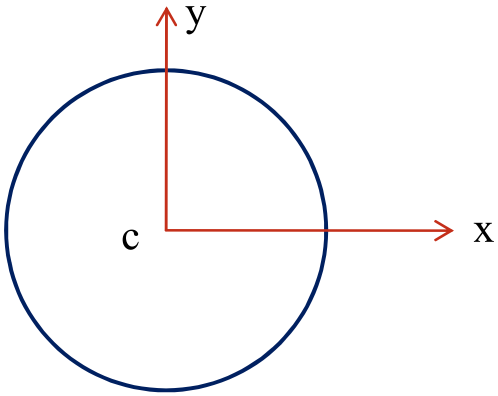


$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36}$$

$$\bar{I}_y = \frac{hb^3}{36}$$

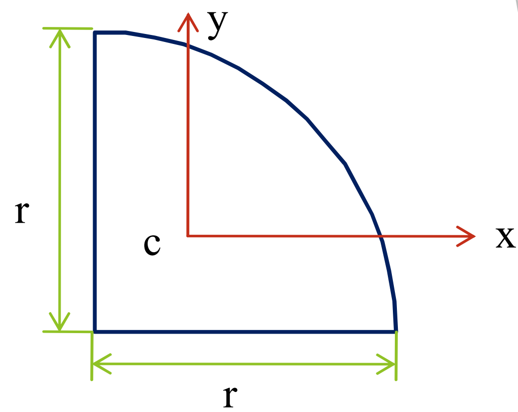
প্রয়োজনীয় সূত্র

৩। বৃত্ত



$$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{\pi D^4}{64}$$

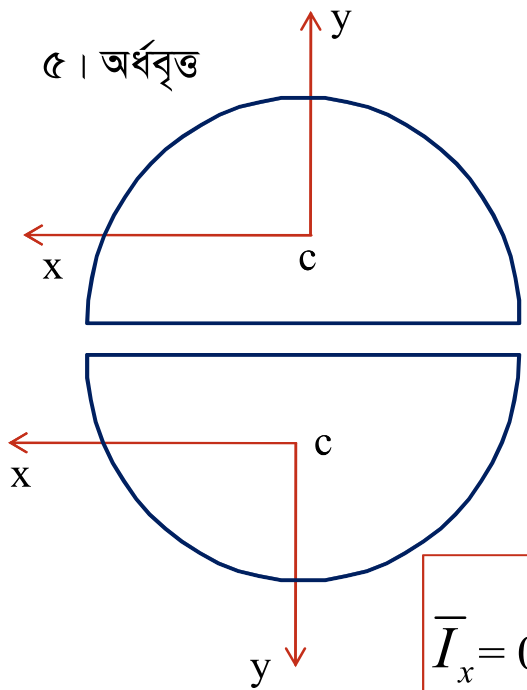
৪। কোয়ার্টার বৃত্ত



$$\bar{I}_x = \bar{I}_y = 0.055r^4$$

প্রয়োজনীয় সূত্র

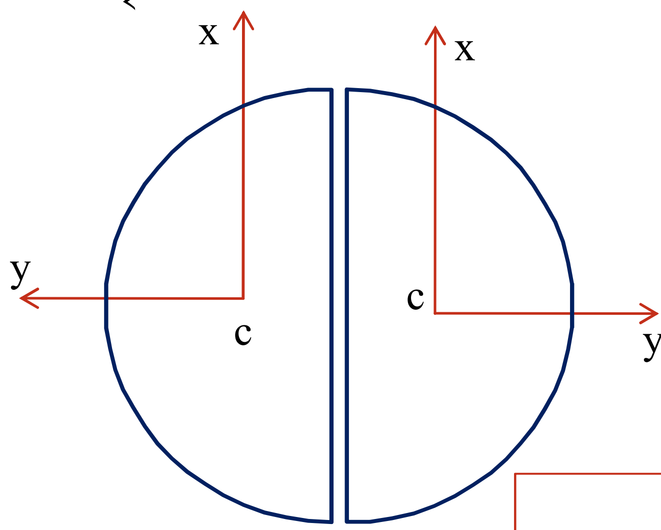
৫। অর্ধবৃত্ত



$$\bar{I}_x = 0.11r^4$$

$$\bar{I}_y = 0.392r^4$$

৬। অর্ধবৃত্ত



$$\bar{I}_x = 0.392r^4$$

$$\bar{I}_y = 0.11r^4$$

আয়তক্ষেত্রের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া

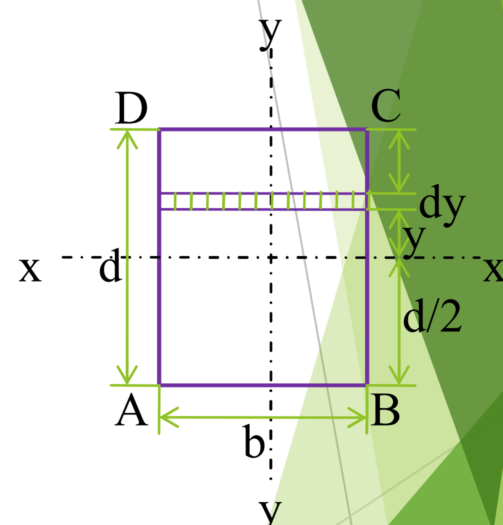
❖ ক্ষুদ্র অংশের ক্ষেত্রফল, $dA = b.dy$

ক্ষুদ্র অংশের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া, $\overline{I}_x = y^2.dA = y^2.b.dy$

❖ ভরকেন্দ্রগামী x- অক্ষের সাপেক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া,

$$\overline{I}_x = \int_{-d/2}^{+d/2} y^2 bdy = b\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-d/2}^{+d/2} = \frac{b}{3}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^3 - \left(-\frac{d}{2}\right)^3\right]$$

$$= \frac{b}{3}\left[\frac{d^3}{8} + \frac{d^3}{8}\right] = \frac{b}{3} \times \frac{2d^3}{8} = \frac{bd^3}{12}$$



❖ ভূমির সাপেক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া,

$$I_{AB} = \overline{I}_x + Ah^2 = \frac{bd^3}{12} + bd.\left(\frac{d}{2}\right)$$

$$= \frac{bd^3}{12} + \frac{bd^3}{4} = \frac{bd^3 + 3bd^3}{12} = \frac{4bd^3}{12} = \frac{bd^3}{3}$$

বাড়ির কাজ

প্রশ্ন-১ ঃ মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া বা জড়তার ভ্রামক বলতে কী বুঝায়?

প্রশ্ন-২ ঃ চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলতে কী বুঝায়?

প্রশ্ন-৩ ঃ সেকশন মডুলাস বলতে কী বুঝায়?

প্রশ্ন-৪ ঃ সমান্তরাল অক্ষীয় উপপাদ্যটি লেখ।

প্রশ্ন-৫ ঃ দ্বিতীয় মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া ব্যাখ্যা কর।

অধ্যায়-৬ ঃ জড়তার ভ্রামক (The Moment of Inertia)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

❖ মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

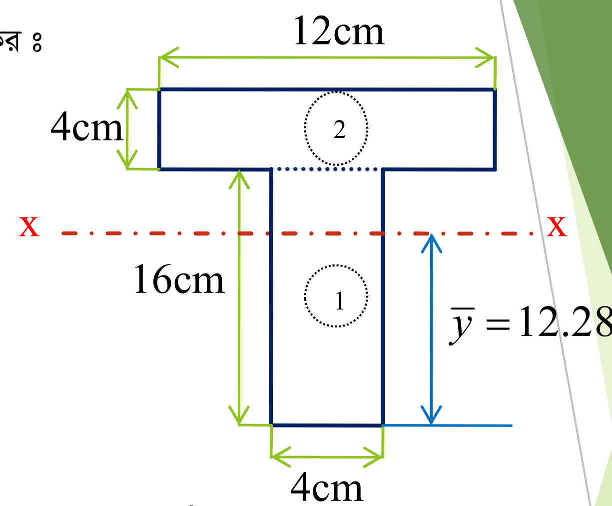
❖ প্রশ্ন-১ ঃ নিম্নের চিত্রানুযায়ী T-সেকশনের মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় কর ঃ

(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(খ) ভরকেন্দ্রগামী y-y অক্ষের সাপেক্ষে

(গ) বেস হতে x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(ঘ) বেস হতে y-y অক্ষের সাপেক্ষে



(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x অক্ষের সাপেক্ষে

$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2} = \frac{64 \times 8 + 48 \times 18}{64 + 48} = 12.28cm$$

$$\therefore \bar{I}_x = \left[\frac{b_1 d_1^{\ 3}}{12} + a_1 h_1^{\ 2}\right] + \left[\frac{b_2 d_2^{\ 3}}{12} + a_2 h_2^{\ 2}\right]$$

$$\Rightarrow \bar{I}_x = \left[\frac{4 \times 16^3}{12} + 64 \times (12.28 - 8)^2\right] + \left[\frac{12 \times 4^3}{12} + 48 \times (18 - 12.28)^2\right]$$

$$\therefore \bar{I}_x = 1365.33 + 1172.38 + 64 + 1570.48 = 4172.19cm^4 (Ans)$$

$$a_1 = 4 \times 16 = 64cm^2$$

$$a_2 = 12 \times 4 = 48cm^2$$

$$y_1 = \frac{16}{2} = 8cm$$

$$y_2 = 16 + \frac{4}{2} = 18cm$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

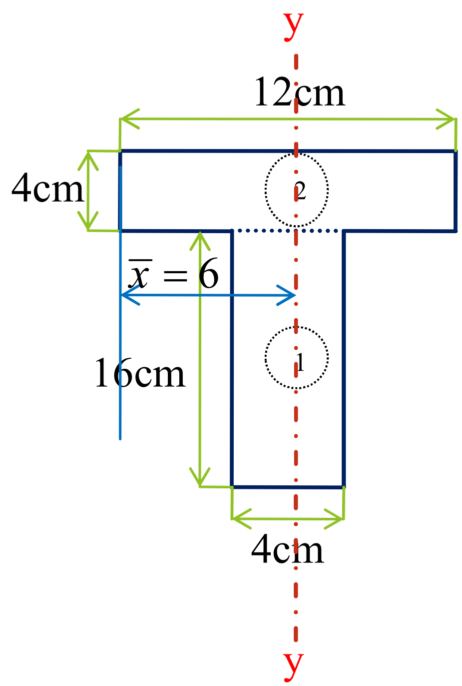
(খ) ভরকেন্দ্রগামী y-y অক্ষের সাপেক্ষে

$$\therefore \bar{x} = \frac{12}{2} = 6cm$$

$$\therefore \bar{I}_y = \left[\frac{d_1 b_1^3}{12}\right] + \left[\frac{d_2 b_2^3}{12}\right]$$

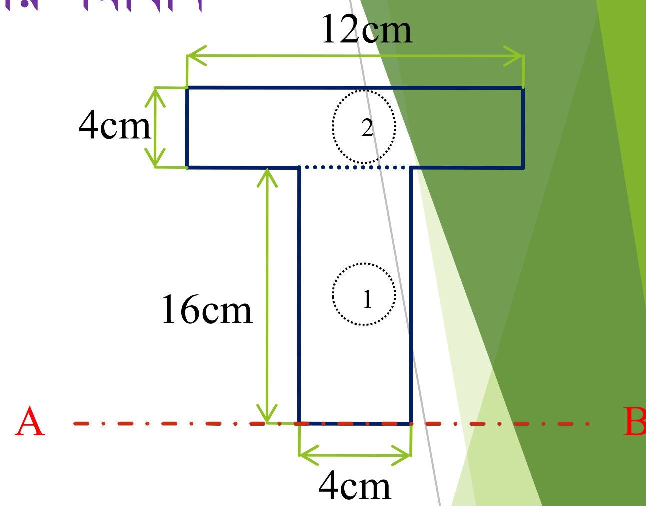
$$\Rightarrow \bar{I}_y = \left[\frac{16\times 4^3}{12}\right] + \left[\frac{4\times 12^3}{12}\right]$$

$$\therefore \bar{I}_y = 85.33 + 576 = 661.33cm^4 (Ans)$$



মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

(গ) বেস হতে x-x অক্ষের সাপেক্ষে



$$\therefore I_{AB}=\left[\frac{b_1d_1^{\,3}}{12}+a_1h_1^{\,2}\right]+\left[\frac{b_2d_2^{\,3}}{12}+a_2h_2^{\,2}\right]$$

$$\Rightarrow I_{AB}=\left[\frac{4\times16^3}{12}+64\times8^2\right]+\left[\frac{12\times4^3}{12}+48\times18^2\right]$$

$$\therefore I_{AB}=1365.33+4096+64+15552=21077.33cm^4 (Ans)$$

$$a_1=4\times16=64cm^2$$

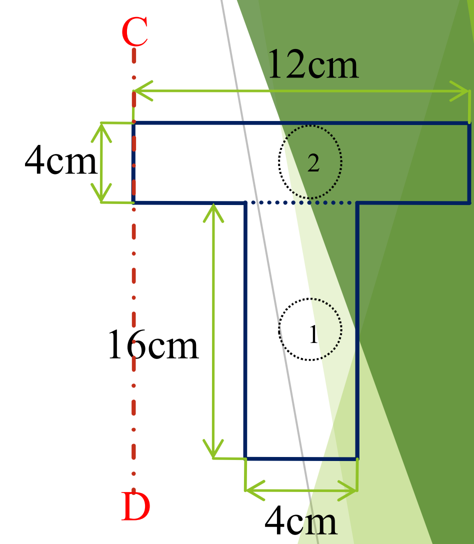
$$a_2=12\times4=48cm^2$$

$$h_1=\frac{16}{2}=8cm$$

$$h_2=16+\frac{4}{2}=18cm$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

(ঘ) বেস হতে y-y অক্ষের সাপেক্ষে



$$\therefore I_{CD} = \left[\frac{d_1 b_1^{\ 3}}{12} + a_1 h_1^{\ 2}\right] + \left[\frac{d_2 b_2^{\ 3}}{12} + a_2 h_2^{\ 2}\right]$$

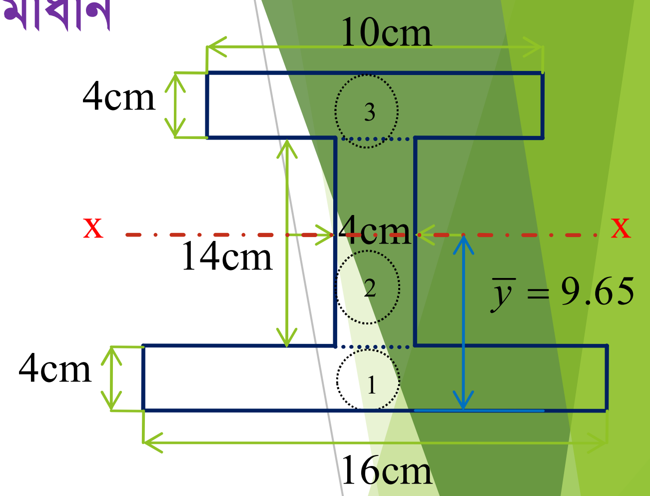
$$\Rightarrow I_{CD} = \left[\frac{16\times 4^3}{12} + 64\times 6^2\right] + \left[\frac{4\times 12^3}{12} + 48\times 6^2\right]$$

$$\therefore I_{CD} = 85.33 + 2304 + 576 + 1728 = 4693.33cm^4 (Ans)$$

$$a_1 = 4\times 16 = 64cm^2$$
$$a_2 = 12\times 4 = 48cm^2$$
$$h_1 = \frac{12}{2} = 6cm$$
$$h_2 = 6cm$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-২ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির ভরকেন্দ্রগামী x-x এবং y-y অক্ষের সাপেক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় কর।



(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x অক্ষের সাপেক্ষে

$$a_1 = 16 \times 4 = 64cm^2$$
$$a_2 = 4 \times 14 = 56cm^2$$
$$a_3 = 10 \times 4 = 40cm^2$$
$$y_1 = \frac{4}{2} = 2cm$$
$$y_2 = 4 + \frac{14}{2} = 11cm$$
$$y_3 = 4 + 14 + \frac{4}{2} = 20cm$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{64\times2 + 56\times11 + 40\times20}{64+56+40} = 9.65cm$$

$$\therefore \bar{I}_x = \left[\frac{b_1d_1^{\,3}}{12} + a_1h_1^{\,2}\right] + \left[\frac{b_2d_2^{\,3}}{12} + a_2h_2^{\,2}\right] + \left[\frac{b_3d_3^{\,3}}{12} + a_3h_3^{\,2}\right]$$

$$\Rightarrow \bar{I}_x = \left[\frac{16\times4^3}{12} + 64\times(9.65-2)^2\right] + \left[\frac{4\times14^3}{12} + 56\times(11-9.65)^2\right] + \left[\frac{10\times4^3}{12} + 40\times(20-9.65)^2\right]$$

$$\therefore \bar{I}_x = 85.33 + 3745.44 + 914.67 + 102.06 + 53.33 + 4284.9 = 9185.73cm^4 (Ans)$$

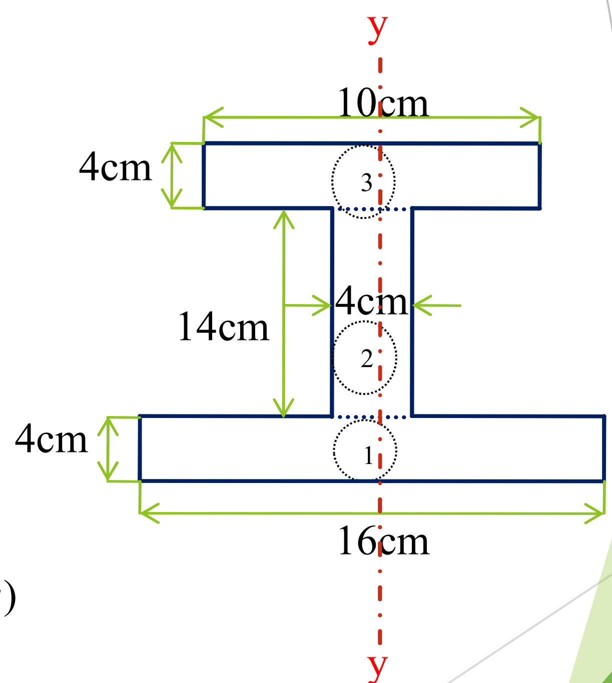
মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

(ক) ভরকেন্দ্রগামী y-y অক্ষের সাপেক্ষে

$$\therefore \bar{I}_y = \left[\frac{d_1 b_1^3}{12}\right] + \left[\frac{d_2 b_2^3}{12}\right] + \left[\frac{d_3 b_3^3}{12}\right]$$

$$\Rightarrow \bar{I}_y = \left[\frac{4\times16^3}{12}\right] + \left[\frac{14\times4^3}{12}\right] + \left[\frac{4\times10^3}{12}\right]$$

$$\therefore \bar{I}_y = 1365.33 + 74.67 + 333.33 = 1773.33 cm^4 (Ans)$$



বাড়ির কাজ

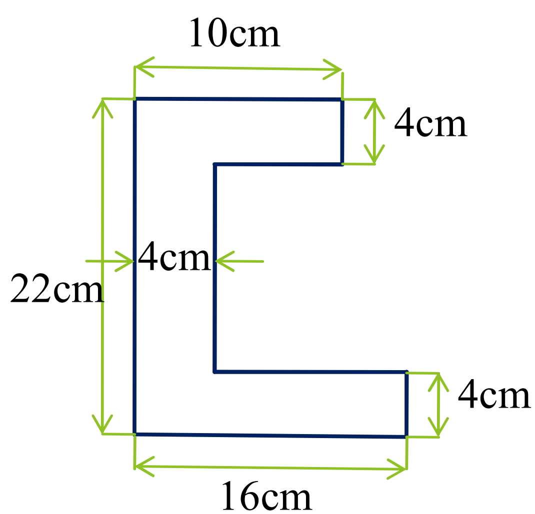
প্রশ্ন-১ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় কর ঃ

(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(খ) ভরকেন্দ্রগামী y-y অক্ষের সাপেক্ষে

(গ) বেস হতে x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(ঘ) বেস হতে y-y অক্ষের সাপেক্ষে



অধ্যায়-৬ ঃ জড়তার ভ্রামক (The Moment of Inertia)

আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ

- মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

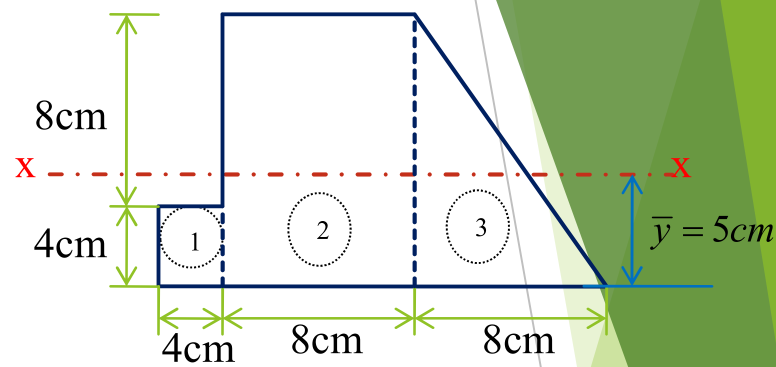
❖ প্রশ্ন-১ ঃ নিম্নের চিত্রানুযায়ী সেকশনটির মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় কর ঃ

(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(খ) ভরকেন্দ্রগামী y-y অক্ষের সাপেক্ষে

(গ) বেস হতে x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(ঘ) বেস হতে y-y অক্ষের সাপেক্ষে



(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x অক্ষের সাপেক্ষে

$$\therefore \bar{y} = \frac{a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{16\times2+96\times6+48\times4}{16+96+48} = 5cm$$

$$\therefore \bar{I}_x = \left[\frac{b_1d_1^{\ 3}}{12} + a_1h_1^{\ 2}\right] + \left[\frac{b_2d_2^{\ 3}}{12} + a_2h_2^{\ 2}\right] + \left[\frac{b_3d_3^{\ 3}}{36} + a_3h_3^{\ 2}\right]$$

$$\Rightarrow \bar{I}_x = \left[\frac{4\times4^3}{12} + 16\times(5-2)^2\right] + \left[\frac{8\times12^3}{12} + 96\times(6-5)^2\right] + \left[\frac{8\times12^3}{36} + 48\times(5-4)^2\right]$$

$$\therefore \bar{I}_x = 21.33+144+1152+96+384+48 = 1845.33cm^4 (Ans)$$

$$a_1 = 4\times4 = 16cm^2$$

$$a_2 = 8\times12 = 96cm^2$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\times8\times12 = 48cm^2$$

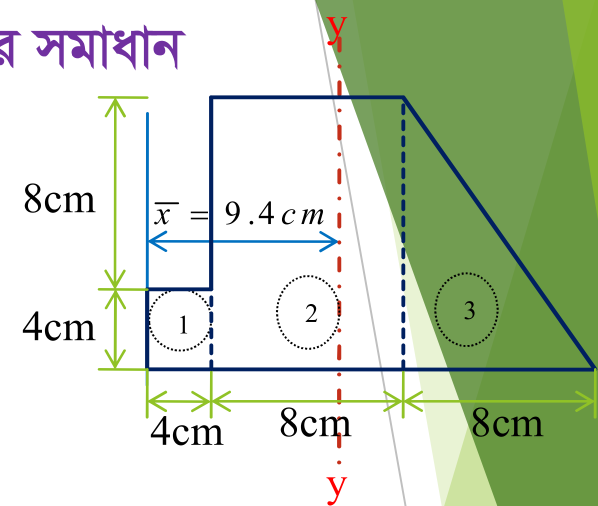
$$y_1 = \frac{4}{2} = 2cm$$

$$y_2 = \frac{12}{2} = 6cm$$

$$y_3 = \frac{1}{3}\times12 = 4cm$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

(খ) ভরকেন্দ্রগামী y-y অক্ষের সাপেক্ষে



$$\therefore \bar{x} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{16\times2 + 96\times8 + 48\times14.67}{16+96+48} = 9.4cm$$

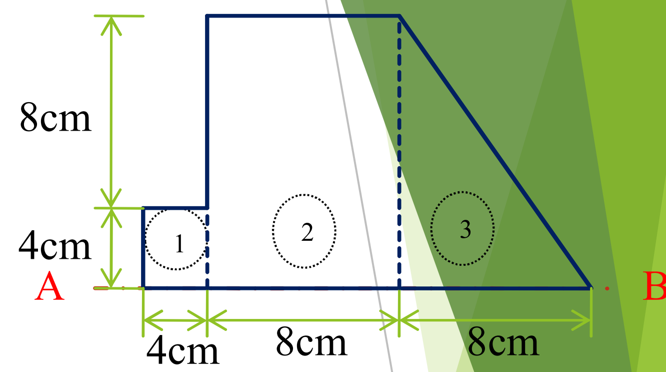
$$\therefore \bar{I}_y = \left[\frac{d_1b_1^{\,3}}{12} + a_1h_1^{\,2}\right] + \left[\frac{d_2b_2^{\,3}}{12} + a_2h_2^{\,2}\right] + \left[\frac{d_3b_3^{\,3}}{36} + a_3h_3^{\,2}\right]$$

$$\Rightarrow \bar{I}_y = \left[\frac{4\times4^3}{12} + 16\times(9.4-2)^2\right] + \left[\frac{12\times8^3}{12} + 96\times(9.4-8)^2\right] + \left[\frac{12\times8^3}{36} + 48\times(14.67-9.4)^2\right]$$

$$\therefore \bar{I}_y = 21.33 + 876.16 + 512 + 188.16 + 170.67 + 1333.1 = 3101.42cm^4 (Ans)$$

$$a_1 = 4\times4 = 16cm^2$$
$$a_2 = 8\times12 = 96cm^2$$
$$a_3 = \frac{1}{2}\times8\times12 = 48cm^2$$
$$x_1 = \frac{4}{2} = 2cm$$
$$x_2 = 4 + \frac{8}{2} = 8cm$$
$$x_3 = 4 + 8 + \frac{1}{3}\times8 = 14.67cm$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান



(গ) বেস হতে x-x অক্ষের সাপেক্ষে

$$\therefore I_{AB} = \left[\frac{b_1 d_1^3}{12} + a_1 h_1^2\right] + \left[\frac{b_2 d_2^3}{12} + a_2 h_2^2\right] + \left[\frac{b_3 d_3^3}{36} + a_3 h_3^2\right]$$

$$\Rightarrow I_{AB} = \left[\frac{4\times4^3}{12} + 16\times2^2\right] + \left[\frac{8\times12^3}{12} + 96\times6^2\right] + \left[\frac{8\times12^3}{36} + 48\times4^2\right]$$

$$\therefore I_{AB} = 21.33 + 64 + 1152 + 3456 + 384 + 768 = 5845.33cm^4 (Ans)$$

$$a_1 = 4\times4 = 16cm^2$$
$$a_2 = 8\times12 = 96cm^2$$
$$a_3 = \frac{1}{2}\times8\times12 = 48cm^2$$
$$h_1 = \frac{4}{2} = 2cm$$
$$h_2 = \frac{12}{2} = 6cm$$
$$h_3 = \frac{1}{3}\times12 = 4cm$$

বিকল্প উপায় ঃ

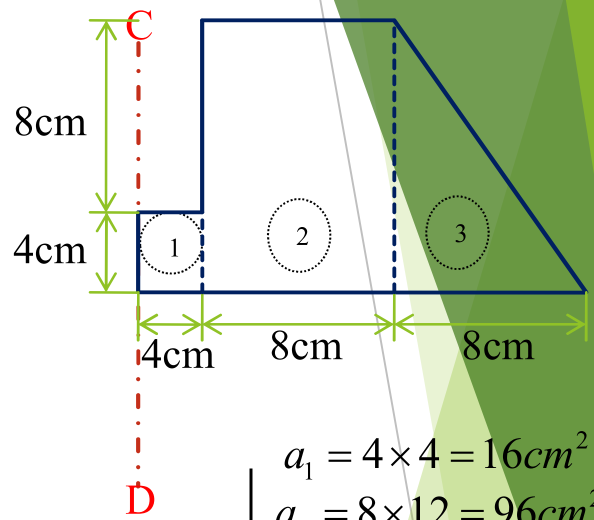
$$\therefore I_{AB} = \left[\frac{b_1 d_1^3}{3}\right] + \left[\frac{b_2 d_2^3}{3}\right] + \left[\frac{b_3 d_3^3}{12}\right]$$

$$\Rightarrow I_{AB} = \left[\frac{4\times4^3}{3}\right] + \left[\frac{8\times12^3}{3}\right] + \left[\frac{8\times12^3}{12}\right]$$

$$\therefore I_{AB} = 85.33 + 4608 + 1152 = 5845.33cm^4 (Ans)$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

(ঘ) বেস হতে y-y অক্ষের সাপেক্ষে



$$\therefore I_{CD} = \left[\frac{d_1b_1^3}{12} + a_1h_1^2\right] + \left[\frac{d_2b_2^3}{12} + a_2h_2^2\right] + \left[\frac{d_3b_3^3}{36} + a_3h_3^2\right]$$

$$\Rightarrow I_{CD} = \left[\frac{4\times 4^3}{12} + 16\times 2^2\right] + \left[\frac{12\times 8^3}{12} + 96\times 8^2\right] + \left[\frac{12\times 8^3}{36} + 48\times 14.67^2\right]$$

$$\therefore I_{CD} = 21.33 + 64 + 512 + 6144 + 170.67 + 10330.03 = 17242.03cm^4 (Ans)$$

$$a_1 = 4\times 4 = 16cm^2$$

$$a_2 = 8\times 12 = 96cm^2$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\times 8\times 12 = 48cm^2$$

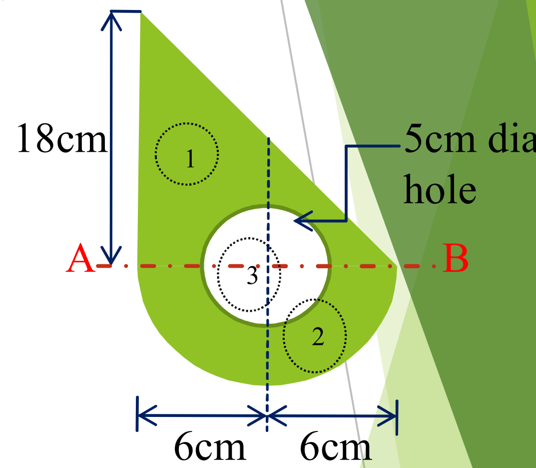
$$h_1 = \frac{4}{2} = 2cm$$

$$h_2 = 4 + \frac{8}{2} = 8cm$$

$$h_3 = 4 + 8 + \frac{1}{3}\times 8 = 14.67cm$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-২ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির AB অক্ষের সাপেক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় কর।



(ক) AB অক্ষের সাপেক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া

$$b_1 = 12cm$$
$$d_1 = 18cm$$
$$D_2 = 12cm$$
$$D_3 = 5cm$$

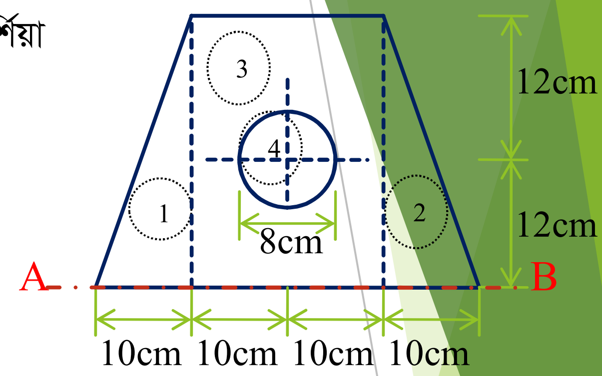
$$\therefore I_{AB} = \left[\frac{b_1 d_1^{\,3}}{12}\right] + \left[\frac{\pi D_2^{\,4}}{128}\right] - \left[\frac{\pi D_3^{\,4}}{64}\right]$$

$$\Rightarrow \overline{I}_x = \left[\frac{12\times18^3}{12}\right] + \left[\frac{\pi\times12^4}{128}\right] - \left[\frac{\pi\times5^4}{64}\right]$$

$$\therefore \overline{I}_x = 5832 + 508.94 - 30.68 = 6310.26cm^4 (Ans)$$

মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া সম্পর্কিত সমস্যাবলির সমাধান

❖ প্রশ্ন-৩ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির AB অক্ষের সাপেক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় কর।



❖ AB অক্ষের সাপেক্ষে মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া

$$\therefore I_{AB} = 2\left[\frac{b_1 d_1^{\,3}}{36} + a_1 h_1^{\,2}\right] + \left[\frac{b_3 d_3^{\,3}}{12} + a_3 h_3^{\,2}\right] - \left[\frac{\pi D^4}{64} + a_4 h_4^{\,2}\right]$$

$$\Rightarrow I_{AB} = 2\left[\frac{10\times 24^3}{36} + 120\times 8^2\right] + \left[\frac{20\times 24^3}{12} + 480\times 12^2\right] - \left[\frac{\pi\times 8^4}{64} + 50.27\times 12^2\right]$$

$$\therefore I_{AB} = 2(3840+7680)+(23040+69120)-(201.06+7238.88) = 107760.06cm^4 (Ans)$$

$$a_1 = a_2 = \frac{1}{2}\times 10\times 24 = 120cm^2$$

$$a_3 = 20\times 24 = 480cm^2$$

$$a_4 = \frac{\pi\times 8^2}{4} = 50.27cm^2$$

$$h_1 = h_2 = \frac{1}{3}\times 24 = 8cm$$

$$h_3 = 12cm$$

$$h_4 = 12cm$$

বিকল্প উপায় ঃ

$$\therefore I_{AB} = 2\left[\frac{b_1 d_1^{\,3}}{12}\right] + \left[\frac{b_3 d_3^{\,3}}{3}\right] - \left[\frac{\pi D^4}{64} + a_4 h_4^{\,2}\right]$$

$$\Rightarrow I_{AB} = 2\left[\frac{10\times 24^3}{12}\right] + \left[\frac{20\times 24^3}{3}\right] - \left[\frac{\pi\times 8^4}{64} + 50.27\times 12^2\right]$$

$$\therefore I_{AB} = 2\times 11520 + 92160 - (201.06+7238.88) = 107760.06cm^4 (Ans)$$

বাড়ির কাজ

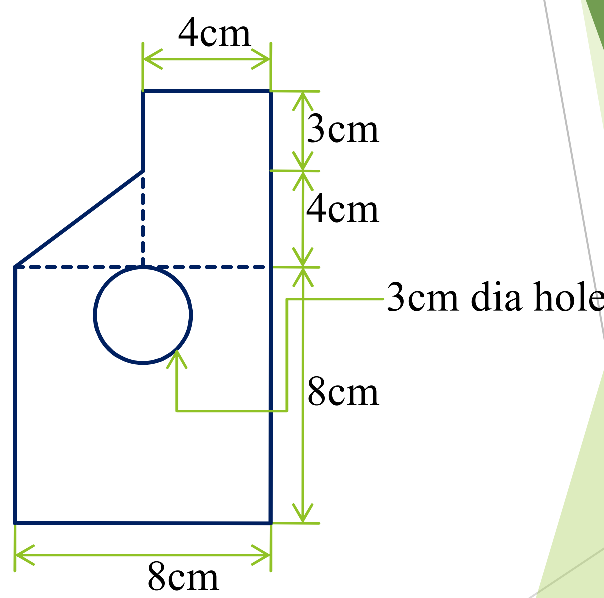
প্রশ্ন-১ ঃ চিত্রে প্রদর্শিত সেকশনটির মোমেন্ট অব ইনার্শিয়া নির্ণয় কর ঃ

(ক) ভরকেন্দ্রগামী x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(খ) ভরকেন্দ্রগামী y-y অক্ষের সাপেক্ষে

(গ) বেস হতে x-x অক্ষের সাপেক্ষে

(ঘ) বেস হতে y-y অক্ষের সাপেক্ষে



অধ্যায়-৭ ঃ মোচড় (Torsion)

<u>আজকের আলোচ্য বিষয়সমূহ</u>

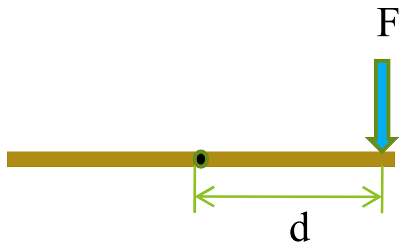
- টরশন
- টর্ক
- টরশনাল স্ট্রেস
- শ্যাফটে টরশনাল স্ট্রেস
- মোচড় কোণ
- টর্ক এবং টুইস্ট কোণের মধ্যে সম্পর্ক
- টর্ক, অশ্বশক্তি ও স্পিড এর মধ্যে সম্পর্ক

টরশন (Torsion)

- কোন একটি ধাতব গোলাকার দন্ডের একপ্রান্ত আবদ্ধ রেখে অপর প্রান্তে ঘূর্ণন বল প্রয়োগের ফলে যদি দন্ডটি মোচড়াতে চেষ্টা করে তবে, দন্ডটি টরশন অবস্থায় আছে বলে বিবেচনা করা হয়। অতএব, দন্ডের একপ্রান্তে ঘূর্ণন বল প্রয়োগের ফলে দন্ডটিতে যে মোচড়ের সৃষ্টি হয়, তাকে টরশন বলে।

টর্ক (Torque)

- যা কোন স্থির বস্তুকে ঘুরাতে চায় বা ঘূর্ণনরত বস্তুর ঘূর্ণন হার বাড়াতে বা কমাতে চায়, তাকে টর্ক বলে।



$$T = F \times d$$

F = প্রযুক্ত বল

d = বলের প্রয়োগবিন্দু থেকে ঘূর্ণন কেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব

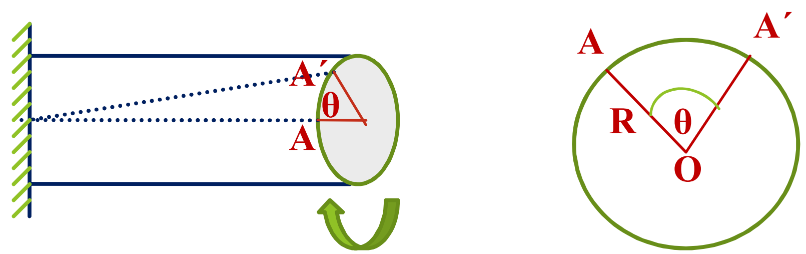
- টর্কের একক kg-m / N-m / lb-ft

শ্যাফটে টরশনাল স্ট্রেস

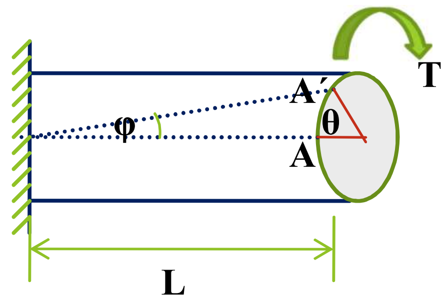
- কোন গোলাকার শ্যাফটের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকিয়ে অন্য প্রান্তে বল প্রয়োগ করে শ্যাফটিকে ঘুরালে, আটকানো প্রান্তে অপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী ঘূর্ণন বল ঐ প্রতিক্রিয়াকে বাধা প্রদান করে। সুতরাং, দুটি সমান ও পরষ্পর বিপরীতমুখী বলের মোচড় ক্রিয়ার ফলে শ্যাফটির প্রতিটি অংশে যে স্ট্রেস সৃষ্টি হয়, তাকে টরশনাল স্ট্রেস বলে।

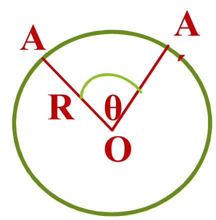
মোচড় কোণ (Angle of Twist)

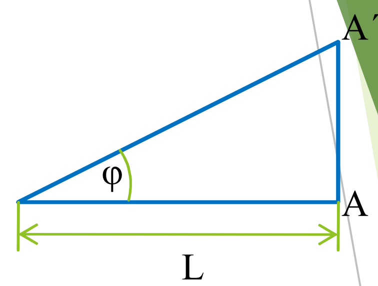
- কোন গোলাকার দন্ডের একপ্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ রেখে ঘূর্ণন বল প্রয়োগ করলে দন্ডের কেন্দ্রে উৎপন্ন কৌণিক বিচ্যুতিকে মোচড় কোণ বা ঘূর্ণন কোণ (Angle of Twist) বলে।



টর্ক এবং টুইস্ট কোণের মধ্যে সম্পর্ক







$$\tan\varphi = \frac{AA'}{L}$$

$$\because \tan\varphi = \varphi$$

$$\therefore \varphi = \frac{AA'}{L}$$

$$\Rightarrow AA' = L\varphi$$

$$\text{কোণ} = \frac{\text{বৃত্ত চাপ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$$

$$\therefore \theta = \frac{AA'}{R}$$

$$\Rightarrow AA' = \theta R$$

$$\Rightarrow L\varphi = \theta R \ldots\ldots\ldots\ldots(i)$$

$$G = \frac{S_S}{\varphi}$$

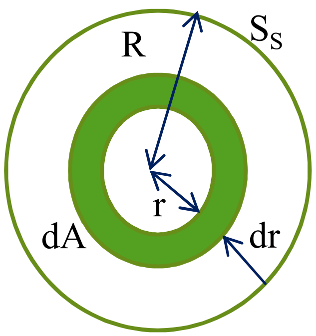
$$\therefore \varphi = \frac{S_S}{G}$$

φ এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$L \times \frac{S_S}{G} = \theta R$$

$$\Rightarrow \frac{S_S}{R} = \frac{G\theta}{L} \ldots\ldots\ldots\ldots(ii)$$

টর্ক এবং টুইস্ট কোণের মধ্যে সম্পর্ক



সমীকরণ (ii) এ হতে পাই,

$$\frac{S_r}{r} = \frac{S_S}{R}$$

$$\Rightarrow S_r = \frac{S_S}{R} \times r$$

ঘূর্ণন বল = শিয়ার পীড়ন × ক্ষেত্রফল

$$F = S_S \times A$$

$$\therefore dF = S_r \times dA$$

$$\Rightarrow dF = \frac{S_S}{R} \times rdA$$

টর্ক = ঘূর্ণন বল × ব্যাসার্ধ

$$T = F \times r$$

$$\therefore dT = dF \times r$$

$$\Rightarrow dT = \frac{S_S}{R} \times rdA \times r$$

$$\Rightarrow dT = \frac{S_S}{R} \times r^2 dA$$

$$\Rightarrow T = \int dT$$

$$\Rightarrow T = \int \frac{S_S}{R} \times r^2 dA$$

$$\Rightarrow T = \frac{S_S}{R} \times \int r^2 dA$$

$$\because \int r^2 dA = J$$

$$\therefore T = \frac{S_S}{R} \times J$$

$$\Rightarrow \frac{S_S}{R} = \frac{T}{J} \text{.........}(iii)$$

টর্ক এবং টুইস্ট কোণের মধ্যে সম্পর্ক

$$\frac{S_S}{R} = \frac{G\theta}{L} \ldots\ldots\ldots\ldots(ii)$$

$$\frac{S_S}{R} = \frac{T}{J} \ldots\ldots\ldots(iii)$$

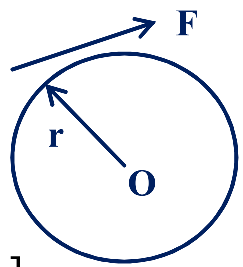
সমীকরণ (ii) ও (iii) হতে পাই,

$$\frac{G\theta}{L} = \frac{T}{J}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{TL}{JG} (\text{Proved})$$

টর্ক, অশ্বশক্তি ও স্পিড এর মধ্যে সম্পর্ক

মনে করি, একটি ঘুরন্ত শ্যাফট একস্থান হতে অন্য স্থানে শক্তি পরিবহন করছে। ধরি, r ব্যাসার্ধের একটি শ্যাফটের পরিধিতে F ঘূর্ণন বল কাজ করে শ্যাফটকে ঘুরাচ্ছে।



$$\text{কাজ} = \text{বল} \times \text{দূরত্ব}$$

$$\therefore W = F \times 2\pi r$$

$$\Rightarrow W = 2\pi \times F \times r$$

$$\Rightarrow W = 2\pi T \qquad [\because T = F \times r]$$

$$\Rightarrow W = 2\pi TN$$

$$\text{এখন, অশ্বক্ষমতা} = \frac{\text{প্রতি মিনিটে কাজের পরিমান}}{৪৫০০}$$

$$\therefore HP = \frac{W}{4500} = \frac{2\pi NT}{4500} (\text{Proved})$$

এখানে,

F = ঘূর্ণন বল, কেজি

r = ব্যাসার্ধ, মিটার

N = প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা

T = টর্ক (গড়), কেজি-মিটার

W = শ্যাফট দ্বারা প্রতি মিনিটে কাজের পরিমান

HP = অশ্বক্ষমতা

বাড়ির কাজ

- ❖প্রশ্ন-১ ঃ টর্ক বলতে কী বুঝ?
- ❖প্রশ্ন-২ ঃ এঙ্গেল অব টুইস্ট বলতে কী বুঝ?
- ❖প্রশ্ন-৩ ঃ টর্ক এবং টুইস্ট কোণের মধ্যে সম্পর্ক দেখাও।
- ❖প্রশ্ন-৪ ঃ টর্ক, অশ্বশক্তি ও স্পিড এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

ধন্যবাদ